

ANÁLISIS CRÍTICO DE LAS DEFINICIONES DE DESEQUILIBRIO DE  
TENSIONES, DADAS POR LAS NORMAS INTERNACIONALES

DIEGO FANDIÑO GUTIERREZ

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE OCCIDENTE  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
PROGRAMA DE INGENIERIA ELÉCTRICA  
SANTIAGO DE CALI  
2008

ANÁLISIS CRÍTICO DE LAS DEFINICIONES DE DESEQUILIBRIO DE  
TENSIONES, DADAS POR LAS NORMAS INTERNACIONALES

DIEGO FANDIÑO GUTIERREZ

Trabajo de Grado para optar al título de  
Ingeniero Electricista

Director  
ENRIQUE CIRO QUISPE OQUEÑA  
M.Sc.E.E.

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE OCCIDENTE  
FACULTAD DE INGENIERIA  
PROGRAMA DE INGENIERIA ELÉCTRICA  
SANTIAGO DE CALI  
2008

Nota de aceptación:

Aprobado por el comité de Grado En cumplimiento con los requisitos Exigidos por la Universidad Autónoma de Occidente Para optar al Título de Ingeniero Eléctrico

Msc. ENRIQUE CIRO QUISPE O.

---

Docente Director

Ing. Rosaura Castrillón

---

Jurado

Santiago de Cali, Febrero 06 de 2008

## CONTENIDO

	Pág.
RESUMEN	10
INTRODUCCIÓN	11
1. DEFINICIONES PARA DESEQUILIBRIO DE TENSIÓN	12
1.1. DEFINICIÓN NEMA	12
1.2. DEFINICIÓN IEEE	13
1.3. DEFINICIÓN IEC	13
1.3.1 Factor de desequilibrio $f_u$	14
1.3.2 Determinación aproximada	14
1.4. DEFINICIÓN DEL FACTOR COMPLEJO DE DESEQUILIBRIO DE TENSIÓN	15
1.5. CÁLCULO DEL DESEQUILIBRIO, APLICANDO LAS DEFINICIONES NORMALIZADAS	15
1.5.1 Usando la definición NEMA	15
1.5.2 Usando la definición IEEE	16
1.5.3 Usando la definición IEC	17
1.5.4 Usando la definición del Factor Complejo de Desequilibrio de Tensión ó Índice Oliveira-Wang	17
1.5.5 Comparación de los resultados de los ejemplos de cada definición	17
2. ANÁLISIS DEFINICIÓN NEMA	19
2.1. PLANTEAMIENTO DE EJEMPLO PARA ANÁLISIS	19
3. ANÁLISIS DEFINICIÓN IEEE	28

3.1. PLANTEAMIENTO DE EJEMPLO PARA ANÁLISIS	29
3.2. ANÁLISIS DE VALORES PARA EL PORCENTAJE DE DESEQUILIBRIO	30
3.2.1. Usando un sistema de potencia trifásico con neutro flotante	30
3.2.2. Usando un plano tridimensional con los valores de las tensiones de fase en los tres ejes del espacio	31
3.3. ANÁLISIS DE VALORES PARA EL FACTOR DE DESEQUILIBRIO	32
4. ANÁLISIS DEFINICIÓN IEC	35
4.1 PLANTEAMIENTO DE EJEMPLO PARA ANÁLISIS	35
5. ANÁLISIS DEFINICIÓN DEL FACTOR COMPLEJO	41
5.1. PLANTEAMIENTO DE EJEMPLO PARA ANÁLISIS	41
5.2. ANÁLISIS DE VALORES PARA EL FACTOR COMPLEJO	43
6. CONCLUSIONES	44
7. RECOMNDACIONES	47
BIBLIOGRAFIA	48
ANEXOS	49

## LISTA DE TABLAS

	<b>Pág.</b>
Tabla 1. Comparación resultados de ejemplos definición de desequilibrio	18
Tabla 2. Valores de tensiones en puntos que se alejan radialmente del eje de simetría, cuando el equilibrio es 220 V.	21
Tabla 3. Valores de datos para el ejemplo explicativo NEMA	24
Tabla 4. Valores de tensiones desequilibradas igualmente según la figura 5	25
Tabla 5. Tensiones de fase, para un mismo caso de tensiones de línea a línea	29
Tabla 6. Iguales tensiones de línea, para diferentes tensiones de fase	30
Tabla 7. Desequilibrio de tensión un sistema trifásico con neutro flotante	30
Tabla 8. Valores encontrados para el ejemplo norma IEC	39
Tabla 9. Valores para el análisis de la definición del Factor Complejo	41

## LISTA DE FIGURAS

	Pág
Figura 1. Diagrama Fasorial de Tensiones Trifásicas Desequilibradas	16
Figura 2. Ejes tridimensionales para todas las posibilidades de módulos de las tensiones en un sistema trifásico de potencia	19
Figura 3. Vista del eje de simetría en el plano tridimensional de referencia para el análisis de la norma NEMA ( $V_{ab} = V_{bc} = V_{ca}$ )	20
Figura 4. Puntos a distinto % de desequilibrio NEMA	21
Figura 5. Vista de la superficie cónica, donde cualquier punto sobre ella entrega tensiones con un desequilibrio del 8.2 %	22
Figura 6. Secciones perpendiculares al plano de simetría	23
Figura 7. Variación de dos de las tensiones de línea a línea	26
Figura 8. Casos de estudio ejemplo Análisis IEEE	28
Figura 9. Aumento lineal del % de desequilibrio (2) moviendo radialmente el neutro desde el circuncentro del triangulo formado por las tensiones de línea	31
Figura 10. Sistema trifásico de tres vectores de fase desequilibrados, descompuesto en componentes de secuencia positiva (directa), negativa (inversa) y cero (homopolar)	33
Figura 11. Espacio o plano de referencia para el análisis de la norma IEC	35
Figura 12. Simetría de magnitud de las tensiones de línea a línea, implica simetría de ángulo de desfase	36
Figura 13. Vista del eje de simetría en el plano tridimensional de referencia para el análisis de la norma IEC ( $V_{ab} = V_{bc} = V_{ca}$ )	37
Figura 14. Ejemplo demostrativo para norma IEC	38
Figura 15. Superficies cónicas formadas por los puntos que tienen un mismo factor de desequilibrio $f_u$	40

Figura 16. Triangulo cerrado para todas las tensiones de línea	42
Figura 17. Planos donde el ángulo del Factor Complejo de Desequilibrio es igual al calcular en cualquier punto del plano	43
Figura 18. Línea con puntos que poseen un mismo Factor Complejo de Desequilibrio	44



## LISTA DE ANEXOS

	<b>Pág.</b>
Anexo A. determinación de las componentes de secuencia de tensión sin el uso de matemática compleja	49
Anexo B. Equivalencia entre la definición ieee e iec de factor de desequilibrio	51

## RESUMEN

Este trabajo de grado presenta un análisis crítico de las definiciones para la estimación del desequilibrio de tensión en sistemas trifásicos de potencia.

Se muestran ejemplos y gráficos, que permiten claramente, establecer **distribuciones** geométricas características de las posibilidades o puntos que indican diferentes situaciones para valores de magnitud y ángulo de las tensiones del sistema, que tienden hacia un mismo valor de índice de desequilibrio (según sea la definición estudiada). Por lo tanto, se mostraran varias situaciones donde con diferentes casos se calcula un mismo valor de desequilibrio de tensión. Es así como se reforzaran o se mostraran fortalezas en cada una de las definiciones; también las incoherencias o la falta de exactitud para la descripción del fenómeno se estudiará, concluyendo en recomendar el Factor Complejo de Desequilibrio como la definición que describe de una forma más acertada el fenómeno de desequilibrio de tensión. También se recomienda una nueva definición que involucre magnitudes, ángulos y tensión nominal de trabajo ya que esta última no se tiene en cuenta en ninguna definición.

## INTRODUCCIÓN

En los sistemas trifásicos de potencia, se consideran desequilibradas las tensiones, cuando las magnitudes de sus componentes fundamentales de fase o de línea son asimétricas, también si los ángulos de desfase entre esas tensiones no son iguales ó si se presentan ambas condiciones; a este fenómeno se le denomina desequilibrio de tensión y está caracterizado por un parámetro o índice, el cual indica que tan desequilibrada se encuentra la red. Es importante su estimación y control cuando se procede en la reglamentación de los sistemas eléctricos de potencia ya que por encima de ciertos límites, produce aumentos considerables en las pérdidas del sistema eléctrico de potencia.

Existen varias normas internacionales, donde se encuentran metodologías definidas para la estimación del índice de desequilibrio de tensión. Sin embargo cada una de ellas plantea un **tratamiento matemático diferente de las variables necesarias para el cálculo**. Para tal fin se tiene la definición suministrada por la IEEE (The Institute of Electrical and Electronics Engineers), la establecida por NEMA (National Electrical Manufacturers Association), la planteada por IEC (International Electrotechnical Commission) y una ultima definición propuesta recientemente.

Este trabajo, direcciona sus esfuerzos, realizando un análisis crítico entre las definiciones para la estimación de los índices de desequilibrio de tensión en sistemas trifásicos de potencia, suministradas por las normas internacionales.

La idea fundamental del trabajo es mostrar cual de las actuales normas internacionales, sería la más adecuada para calcular el índice de desequilibrio de tensión y también qué posibles debilidades de generalización en los casos de desequilibrio (en magnitud, fase o ambas) tienen éstas normas al estimar el índice, teniendo presente que cada una de ellas difiere respecto a las otras en cuanto a los factores o variables usadas para el cálculo y su tratamiento matemático.

Inquietudes importantes podrían salir de este trabajo, debido a las implicaciones del cálculo o estimación del índice en los estudios de calidad que en el mundo entero, comunidad local y universitaria se desarrollan actualmente ya que el fenómeno de desequilibrio de tensión es uno de los más comunes en los sistemas trifásico de potencia.

## 1. DEFINICIONES PARA DESEQUILIBRIO DE TENSIÓN

Existen tres definiciones para la estimación del desequilibrio de tensión estandarizadas internacionalmente por: **NEMA** (National Electrical Manufacturers Association), **IEEE** (The Institute of Electrical and Electronics Engineers), y la **IEC** (International Electrotechnical Commission), respectivamente y una cuarta propuesta recientemente por Oliveira y Wang . Las diferentes definiciones se describen en orden para entender las implicaciones de sus usos, concluir posteriormente en otros capítulos, cual de las cuatro definiciones es la más adecuada para estimar el índice o la cantidad de **desequilibrio de tensión** y conocer los puntos débiles de cada una de las definiciones a la hora de la estimación de este parámetro.

### 1.1. DEFINICIÓN NEMA

La norma NEMA MG-1 de 1993 “Motores y Generadores”, entre otros aspectos, define una ecuación para estimar que tan desequilibrada se encuentra la tensión en un sistema trifásico de potencia, utilizando solamente, las medidas de los módulos correspondientes a las tres tensiones de línea a línea del sistema (valores efectivos o rms); presentando así, operaciones matemáticas reales, sin ningún cálculo fasorial o en el plano complejo, entregando un resultado en términos de “Porcentaje de Desequilibrio de Tensión”.

El desequilibrio de tensión en porcentaje es definido así: Cien, multiplicado por un cociente, donde el denominador es el promedio de las tensiones de línea y el numerador es la magnitud absoluta de la máxima diferencia entre el valor promedio de las tensiones de línea y la tensión de línea. Así:

$$\text{Porcentaje de Desequilibrio de Tensión} = 100 \times \frac{\text{Desviación Máxima de Tensión de la Tensión Promedio}}{\text{Tensión Promedio}} \quad (1)$$

## 1.2. DEFINICIÓN IEEE

En este caso se da, un tratamiento de “Medición del Desequilibrio de Tensión de Fase”. Suministrada por la norma **IEEE Std 141-1993**, “Prácticas Recomendadas por IEEE, para la Distribución de la Potencia Eléctrica en Plantas Industriales”. Esta normativa entrega el siguiente procedimiento:

El método simple de expresar el desequilibrio de la tensión de fase, es hacer una medición de cada una de ellas:

$$\text{Porcentaje de Desequilibrio} = \frac{\text{Máxima Desviación del Promedio}}{\text{Promedio}} \times 100 \quad (2)$$

La cantidad de desequilibrio de tensión se expresa mejor en componentes simétricas como la componente negativa de secuencia de tensión de fase sobre la componente positiva de secuencia de tensión:

$$\text{Factor de Desequilibrio de Tensión} = \frac{\text{Secuencia Negativa de Tensión}}{\text{Secuencia Positiva de Tensión}} \quad (3)$$

Donde

$$V_p = \text{Secuencia Positiva de Tensión}$$

Y

$$V_n = \text{Secuencia Negativa de Tensión} .$$

IEEE entrega dos ecuaciones, en las cuales se utilizan las medidas de las magnitudes de las tensiones de fase como se ve arriba, para entregar un valor aproximado (2). Pero también aquí se indica que la utilización de las componentes de tensión de secuencia negativa y positiva expresan mejor el valor del desequilibrio de la tensión (3).

## 1.3. DEFINICIÓN IEC

La norma internacional IEC 60034 de 2006 “Maquinas Eléctricas Rotativas”, específicamente en la parte 26, trata los efectos del desequilibrio de tensión en el

desempeño de los motores trifásicos de inducción de jaula, plantea el cálculo del Factor de Desequilibrio de las tensiones de línea y entrega dos anexos, donde se dan herramientas matemáticas y también una ecuación aproximada de la definición para calcular la magnitud del desequilibrio.

**1.3.1. Factor de desequilibrio  $f_u$ .** Este se define como el cociente de la componente de tensión de línea de secuencia negativa, sobre la componente de tensión de línea de secuencia positiva:

$$f_u = \frac{U_n}{U_p} \quad (4)$$

Donde

$U_n$  es el valor rms de la componente de secuencia negativa de la tensión suministrada;

$U_p$  es el valor rms de la componente de secuencia positiva de la tensión suministrada.

**1.3.2. Determinación aproximada.** Para propósitos prácticos, la siguiente ecuación simplificada puede ser usada, para la determinación de la magnitud del desequilibrio  $f'_u$ :

$$f'_u = \frac{V_{\max} - V_{\text{promedio}}}{V_{\text{promedio}}}, \quad (5)$$

Donde

$V_{\max}$  es el valor rms mayor de, las tensiones  $V_{ab}$ ,  $V_{bc}$  y  $V_{ca}$ .

$V_{\text{promedio}}$  es el valor rms promedio de las tres tensiones.

NOTA: Una relación matemática correcta entre los factores  $f_u$  y  $f'_u$  no existe. El factor según la determinación aproximada, solamente es una aproximación a la realidad física. Aunque normalmente debajo del 3%, en circunstancias inusuales, el factor de desequilibrio  $f_u$  puede ser hasta 14% más alto que el valor aproximado  $f'_u$ .

#### 1.4. DEFINICIÓN DEL FACTOR COMPLEJO DE DESEQUILIBRIO DE TENSIÓN Ó ÍNDICE OLIVEIRA-WANG

Esta definición de desequilibrio de tensión es propuesta por Oliveira y Wang. Se conoce como “Complex Voltage Unbalance Factor” (CVUF) y está caracterizada por

$$CVUF = \frac{\bar{U}_n}{U_p} \quad (6)$$

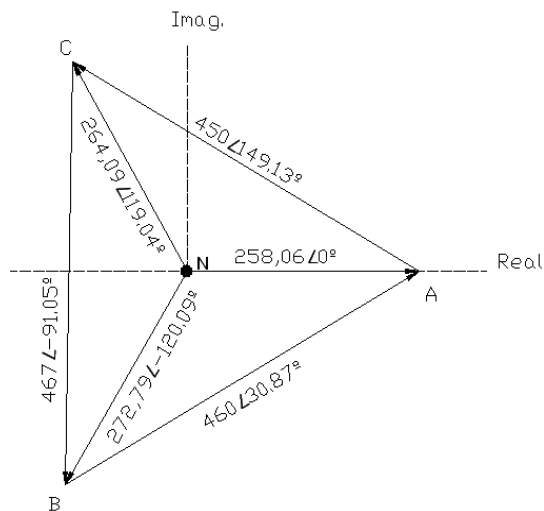
Básicamente se tiene la misma definición del Factor de desequilibrio  $f_u$  planteada por IEC, la única diferencia radica en que se incluyen los fasores de frecuencia, con ángulos y amplitudes, por lo tanto

$$CVUF = \frac{\bar{U}_n}{U_p} = \frac{U_n \angle \theta_n}{U_p \angle \theta_p} = \frac{U_n}{U_p} \angle \theta \quad (7)$$

#### 1.5. CÁLCULO DEL DESEQUILIBRIO, APLICANDO LAS DEFINICIONES NORMALIZADAS

**1.5.1. Usando la definición NEMA.** Se tienen tres tensiones de línea a línea desequilibradas,  $V_{ab}= 460V$ ,  $V_{bc}= 467V$  y  $V_{ca}= 450V$  (ver figura 1); que alimentan una maquina de inducción. El valor promedio de las magnitudes es:  $(460+467+450)/3= 459V$  y la desviación máxima del valor promedio es  $|450 - 459|= 9V$ , así, aplicando (1), el porcentaje de Desequilibrio de Tensión dado por NEMA es:  $100*(9/459)= 1.96\%$ . La norma indica que los valores de tensión pueden ser medidos directamente con un voltímetro.

**Figura 1. Diagrama Fasorial de Tensiones Trifásicas Desequilibradas**



**1.5.2. Usando la definición IEEE.** Un sistema trifásico de potencia tetrafilar con neutro tiene los siguientes valores de tensiones de fase (De línea a neutro);  $V_a=258.06V$ ,  $V_b=272.79V$  y  $V_c=264.09V$ ; (ver figura 1). En primera instancia se aplica la ecuación correspondiente al “porcentaje de desequilibrio” (2). El valor promedio de las tensiones es:  $(258.06V+272.79V+264.09V)/3=264.98V$ . La desviación máxima del promedio:  $|272.79V-264.98V|=7.81V$  y el porcentaje de desequilibrio que plantea IEEE:  $(7.81V/264.98V)*100=2.95\%$ .

Para estimar el “Factor de Desequilibrio de Tensión” (3), se asume que los módulos usados arriba, en la primer parte del ejemplo, fueron medidos de los siguientes fasores de tensión línea a neutro:  $\bar{V}_a = 258.06V \angle 0^\circ$ ,  $\bar{V}_b = 272.79V \angle -120.09^\circ$  y  $\bar{V}_c = 264.09V \angle 119.04^\circ$  (Ver Figura 1.), y aplicando Fortescue se tienen las componentes de secuencia positiva y negativa para este grupo de fasores asimétricos  $V_p = 264.976V \angle -0.35^\circ$  y  $V_n = 5.686V \angle 144.12^\circ$ , así el Factor de Desequilibrio de Tensión es:

Factor de Desequilibrio de Tensión =  $\frac{5.686}{264.976} = 0.0215$ , para tener esta cantidad como un porcentaje  $0.0215*100=2.15\%$



**1.5.3. Usando la definición IEC.** Considerando que los módulos de las tensiones de línea a línea rms, usados en el ejemplo de la definición NEMA, fueron medidos de los siguientes favores.

$\bar{V}_{ab} = 460V \angle 30.87^\circ$ ,  $\bar{V}_{bc} = 467V \angle -91.05^\circ$  y  $\bar{V}_{ca} = 450V \angle 149.13^\circ$  (Ver Figura 1.), aplicando Fortescue se calculan las componentes de secuencia positiva y negativa para este grupo de fasores asimétricos, correspondientes a las tensiones de línea a línea,  $U_p = 458.95 \angle 29.65^\circ$ ,  $U_n = 9.85 \angle 114.13^\circ$ . Aplicando (4) se obtiene un factor de desequilibrio =  $(9.85/458.95) = 0.0215$ . Para expresarlo como porcentaje  $0.0215 * 100 = 2.15\%$ .

Para aplicar la estimación aproximada, entregada por IEC,  $V_{max} = 467V$ ,  $V_{promedio} = (460V + 467V + 450V)/3 = 459V$ , Aplicando (5) se calcula la magnitud aproximada del desequilibrio:  $(467 - 459)/459 = 0.0174$ . Para expresarlo como porcentaje  $0.0174 * 100 = 1.74\%$ .

**1.5.4. Usando la definición del Factor Complejo de Desequilibrio de Tensión ó Índice Oliveira-Wang.** El anterior ejemplo basa su cálculo en los módulos de las tensiones de línea a línea rms de un sistema trifásico, medidas de los siguientes fasores:

$\bar{V}_{ab} = 460V \angle 30.87^\circ$ ,  $\bar{V}_{bc} = 467V \angle -91.05^\circ$  y  $\bar{V}_{ca} = 450V \angle 149.13^\circ$  (Ver Figura 1.), aplicando Fortescue se calculan las componentes de secuencia positiva y negativa para este grupo de fasores asimétricos:  $U_p = 458.95 \angle 29.65^\circ$ ,  $U_n = 9.85 \angle 114.13^\circ$ . Aplicando (6), se obtiene el factor de desequilibrio =  $(9.85/458.95) \angle (114.13^\circ - 29.65^\circ) = 0.0215 \angle 84.48^\circ$ . Para expresarlo como porcentaje  $0.0215 * 100 \angle 84.48^\circ = 2.15\% \angle 84.48^\circ$ .

**1.5.5. Comparación de los resultados de los ejemplos de cada definición.** A continuación se hará un paralelo con los resultados obtenidos en los respectivos ejemplos aplicativos, teniendo en cuenta que el gráfico de la figura 1, fue usado para la medición de las tensiones necesarias en los cálculos de los ejemplos.

**Cuadro 1. Comparación resultados de ejemplos definición de desequilibrio**

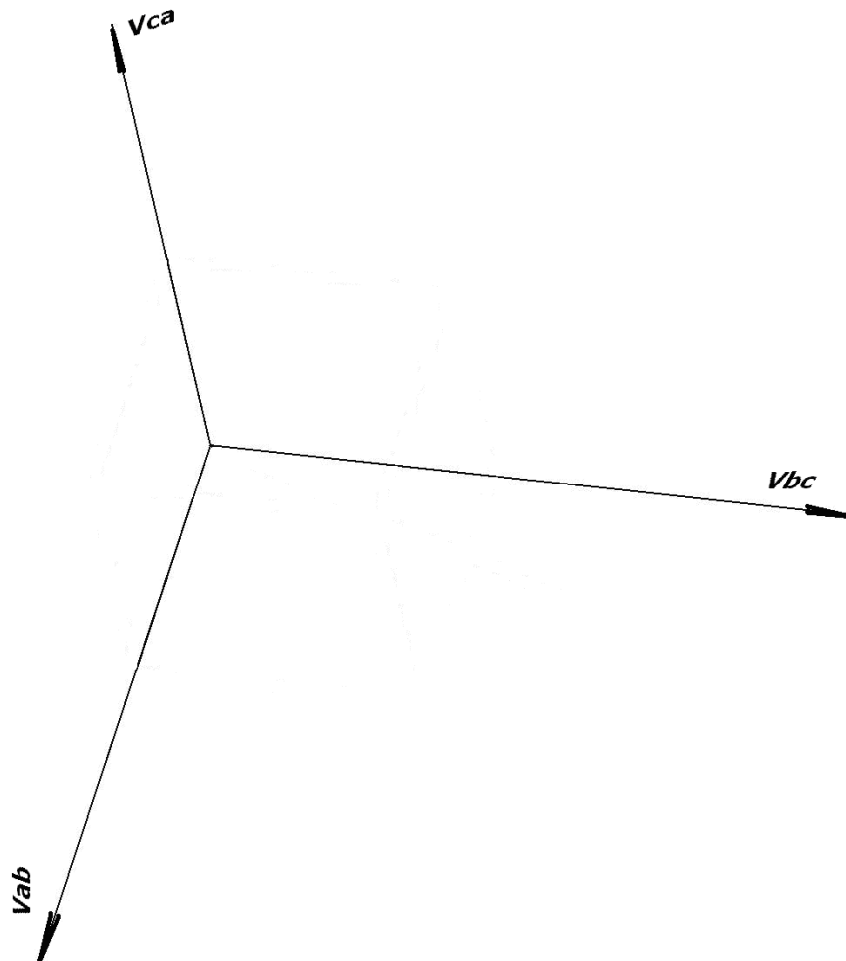
	<b>NEMA</b>	<b>IEEE</b>		<b>IEC</b>		<b>Oliveira-Wang</b>
Definición	% desequilibrio de tensión	% de desequilibrio	Factor de desequilibrio de tensión	Factor de desequilibrio	Magnitud aproximada del desequilibrio	Factor complejo de desequilibrio de tensión (CVUF)
Ejemplo	1.96%	2.95%	2.15%	2.15%	1.74%	2.15% ∠ 84.48°
$\bar{V}_a = 258.06V \angle 0^\circ$ , $\bar{V}_b = 272.79V \angle -120.09^\circ$ y $\bar{V}_c = 264.09V \angle 119.04^\circ$						
$\bar{V}_{ab} = 460V \angle 30.87^\circ$ , $\bar{V}_{bc} = 467V \angle -91.05^\circ$ y $\bar{V}_{ca} = 450V \angle 149.13^\circ$						
Componentes de secuencia positiva y negativa de las tensiones de Línea a Línea $U_n = 9.84 \angle 114.16^\circ$ $U_p = 458.95 \angle 29.65^\circ$						
Componentes de secuencia positiva y negativa de las tensiones de Línea a Neutro $U_n = 5.69 \angle 114.13^\circ$ $U_p = 264.97 \angle -0.35^\circ$						

## 2. ANÁLISIS DEFINICIÓN NEMA

### 2.1. PLANTEAMIENTO DE EJEMPLO PARA ANÁLISIS

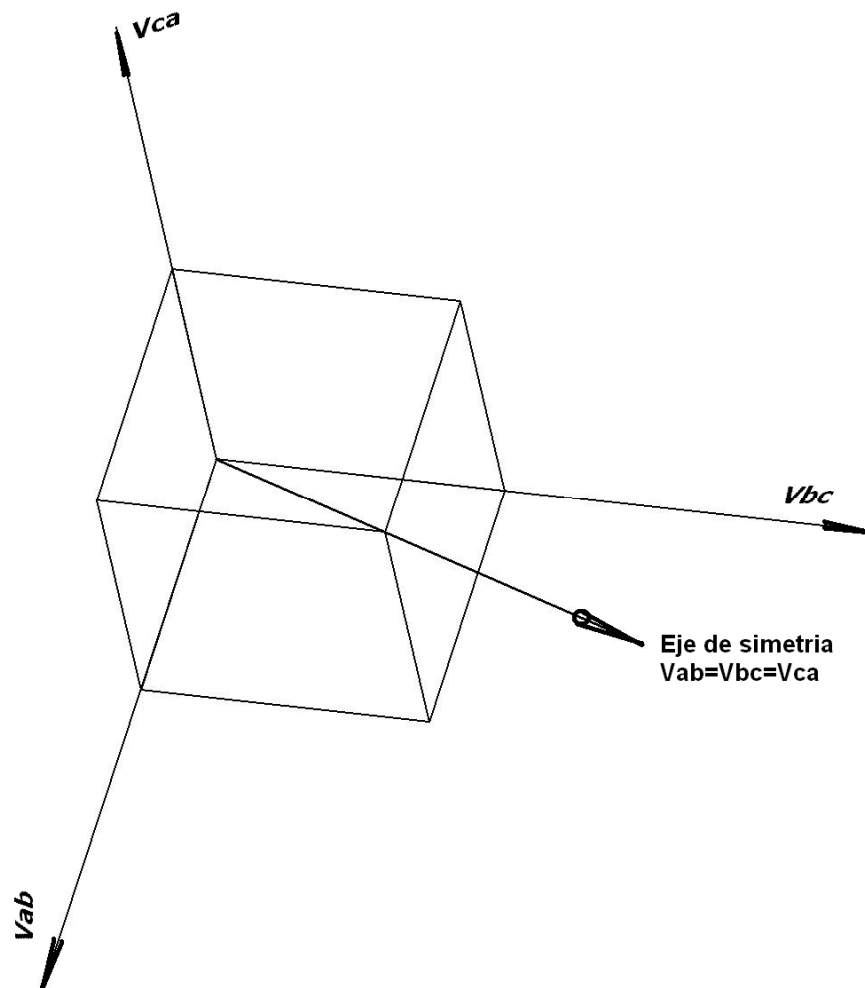
Se tienen los tres ejes tridimensionales cartesianos, indicando respectivamente las magnitudes rms de las tensiones de línea a línea  $V_{ab}$   $V_{bc}$   $V_{ca}$  de un sistema trifásico de potencia. Éste espacio tridimensional representa todas las posibilidades para las tres tensiones y cada punto en él, es una de ellas (Ver Figura 2).

**Figura 2. Ejes tridimensionales para todas las posibilidades de módulos de las tensiones en un sistema trifásico de potencia**



Considerando la definición para estimar el Porcentaje de desequilibrio planteada por NEMA (1), en donde se compara la desviación máxima del promedio de tensión de línea respecto a ese mismo valor promedio; se observa que la figura 3 muestra todos los casos (puntos) donde las tres tensiones de línea a línea son iguales (La línea recta en donde todo punto  $V_{ab} = V_{bc} = V_{ca}$ ) y donde también el Porcentaje de Desequilibrio planteada por NEMA (1) al ser calculado siempre será 0%. Esto indica que la línea recta que se encuentra a  $45^\circ$  de todos los ejes de tensión, forma un **Eje de Simetría**, donde ningún punto (o estado de las magnitudes de tensión de línea del sistema) sobre ese eje se encuentra en condición de desequilibrio.

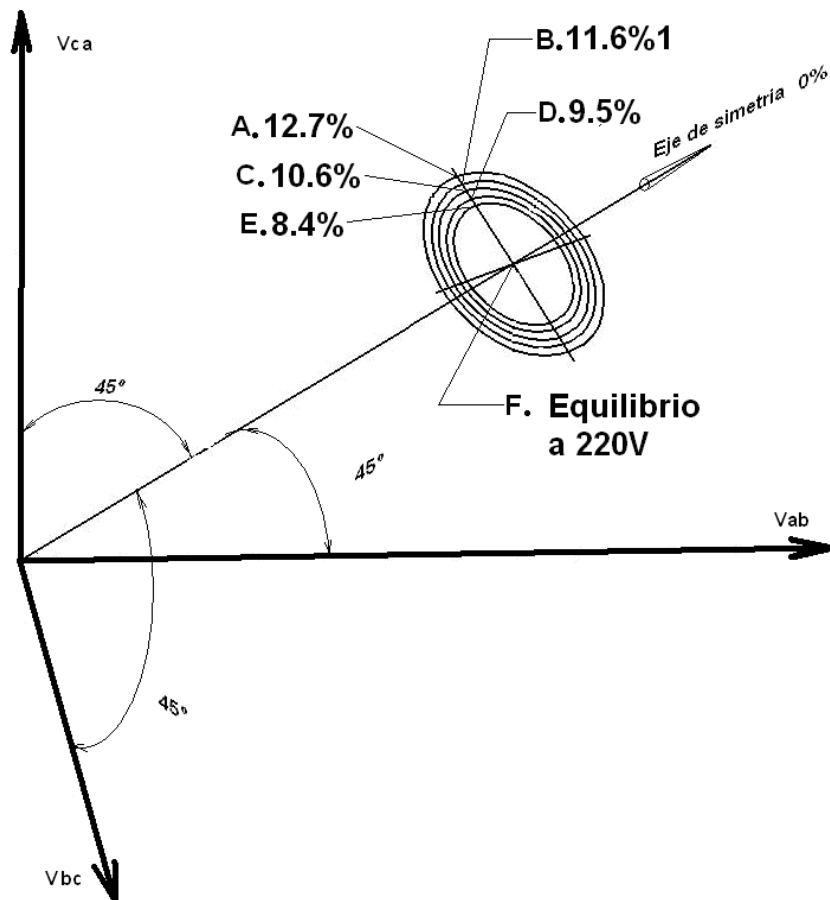
**Figura 3. Vista del eje de simetría en el plano tridimensional de referencia para el análisis de la norma NEMA ( $V_{ab} = V_{bc} = V_{ca}$ )**



Alrededor del **Eje de Simetría** y cerca de el, pero por fuera de este, se tendrán los puntos (o estados de las magnitudes de tensión de línea del sistema) con valores

de desequilibrio pequeños y a medida que el punto que indica las magnitudes de las tensiones de línea a línea del sistema trifásico se aleja radialmente de ese **Eje de Simetría**, el porcentaje calculado para el punto se incrementará (ver cuadro 2 y figura 4).

**Figura 4. Puntos a distinto % de desequilibrio NEMA**

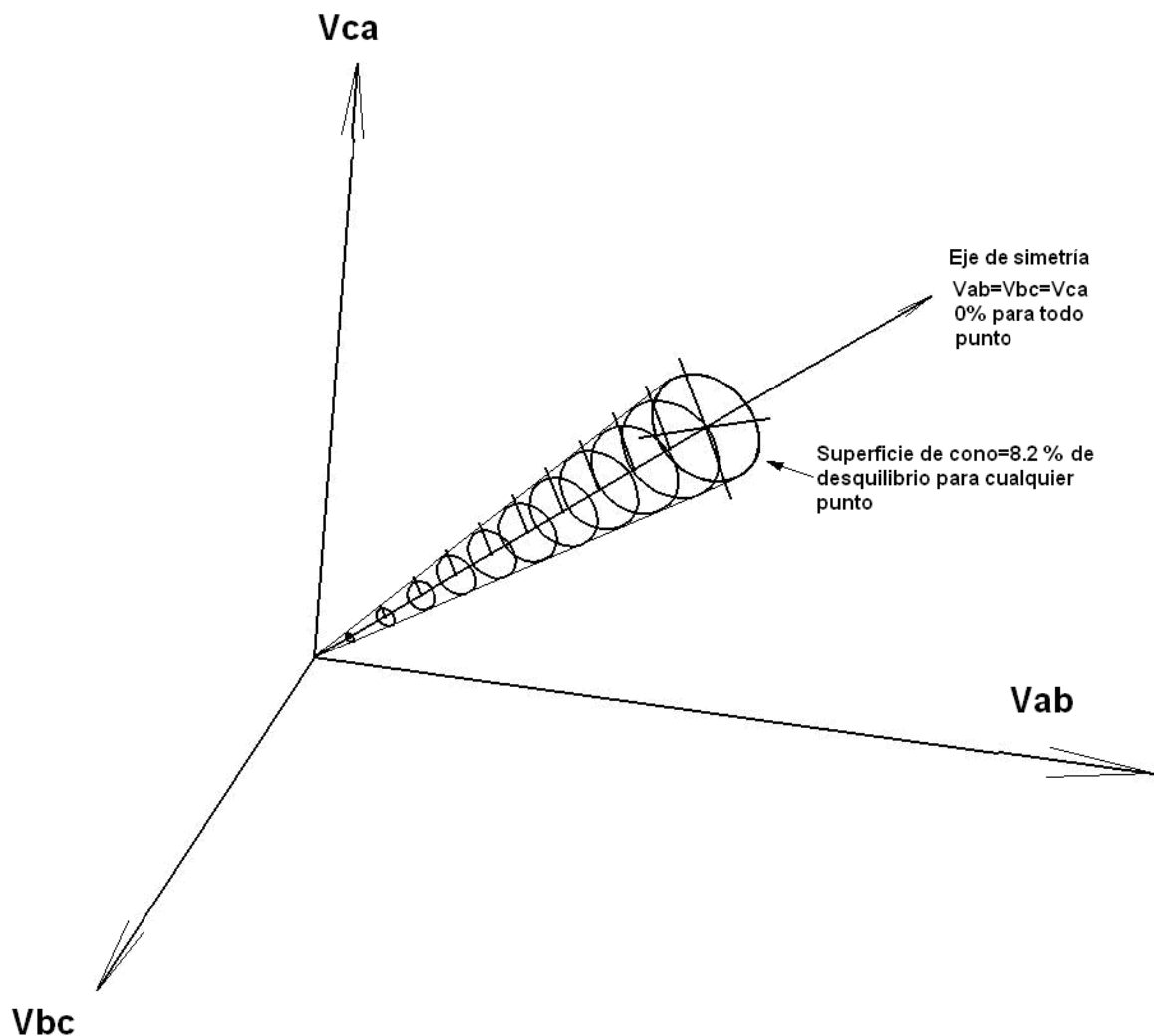


**Cuadro 2. Valores de tensiones en puntos que se alejan radialmente del eje de simetría, cuando el equilibrio es 220 V.**

PUNTO	Vab	Vbc	Vcd	% de desequilibrio
A	202.8278	202.8278	244.2852	12.7
B	204.2588	204.2588	242.2615	11.6
C	205.6898	205.6898	240.2377	10.6
D	207.1208	207.1208	238.2139	9.5
E	208.5518	208.5518	236.1902	8.4
F	220.0000	220.0000	220.0000	0.0%

En el espacio definido por los tres ejes tridimensionales  $V_{ab}$ ,  $V_{bc}$  y  $V_{ca}$ , existen infinitos puntos que indican infinitas condiciones o estados de los valores de las tres tensiones de línea a línea del sistema (magnitudes), que tienden a un mismo valor de desequilibrio calculado a partir de la definición planteada por NEMA. Estos puntos (o estados de las magnitudes de tensión de línea del sistema) forman una superficie cónica tridimensional alrededor del eje de simetría, en la cual el desequilibrio calculado para cualquier punto sobre ella (excepto sobre la base del cono) siempre tiende a un mismo valor (ver figura 5). En el caso de la figura, el desequilibrio calculado equivalente al 8.2 % es representado por cualquier punto sobre esta superficie exceptuando la base del cono.

**Figura 5. Vista de la superficie cónica, donde cualquier punto sobre ella entrega tensiones con un desequilibrio del 8.2 %**



A continuación se mostrará un ejemplo más detallado, analizando tres secciones del cono, perpendiculares al eje de simetría:

En tres puntos distintos a lo largo del eje de simetría con 0% de desequilibrio, se trazan secciones perpendiculares en los puntos:

$\Psi$  ( $V_{ab}= 220V$ ,  $V_{bc}= 220V$ ,  $V_{ca}= 220V$ )

$\phi$  ( $V_{ab}= 200V$ ,  $V_{bc}= 200V$ ,  $V_{ca}= 200V$ )

$\Phi$  ( $V_{ab}= 180V$ ,  $V_{bc}= 180V$ ,  $V_{ca}= 180V$ )

En cada uno de los puntos anteriores como centro, las secciones del cono, perpendiculares al eje de simetría, tienen radios:

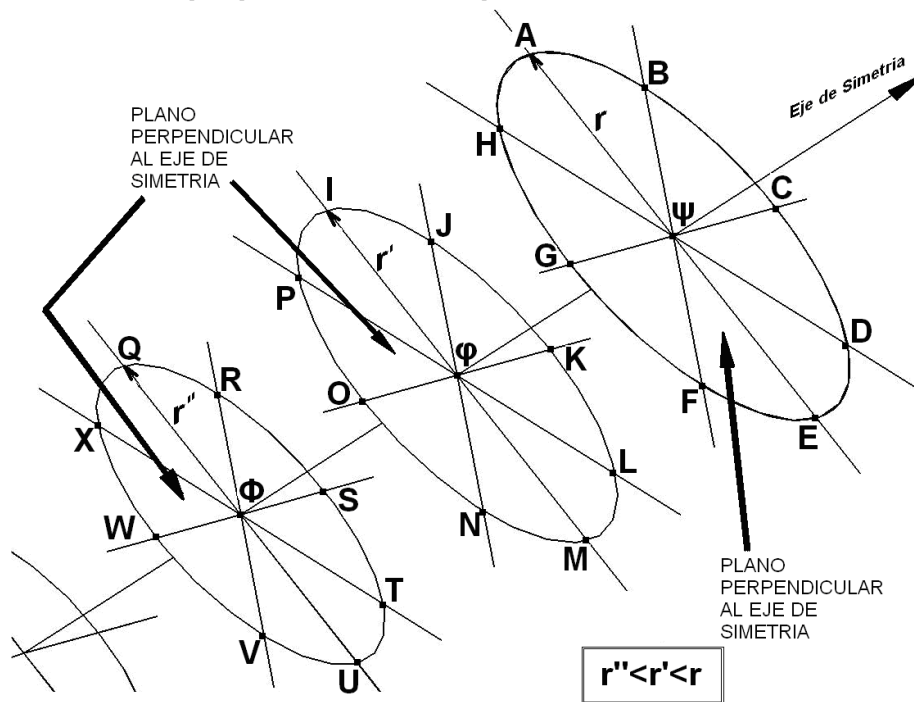
$r= 28.62V$  para  $\Psi$ .

$r'= 26.02V$  para  $\phi$ .

$r''= 23.42V$  para  $\Phi$ .

Como se muestra en la figura 6:

**Figura 6. Secciones perpendiculares al plano de simetría**



Encontrando las coordenadas de los puntos y calculando los porcentajes de desequilibrio, se obtiene la siguiente información:

**Cuadro 3. Valores de datos para el ejemplo explicativo NEMA**

Para tensión de equilibrio a 220v y radio del punto de equilibrio " $\psi$ " $r = 28.62V$				
punto	Vab	Vbc	Vcd	% desequilibrio de tensión
A	205.6898	205.6898	240.2377	10.60
B	195.5709	224.1914	234.3102	10.29
C	199.7623	240.2377	220.0000	9.2
D	215.8086	244.4291	205.6898	10.1
E	234.3102	234.3102	199.7623	10.3
F	244.4291	215.8086	205.6898	10.1
G	240.2377	199.7623	220.0000	9.2
H	224.1914	195.5709	234.3102	10.29
Para tensión de equilibrio a 200v y radio del punto de equilibrio " $\phi$ " $r' = 26.02 V$				
punto	Vab	Vbc	Vcd	% desequilibrio de tensión
I	186.9926	186.9926	218.4001	10.60
J	177.7935	203.8124	213.0114	10.29
K	181.6039	218.4001	200.0020	9.2
L	196.1916	222.2105	186.9926	10.1
M	213.0114	213.0114	181.6039	10.3
N	222.2105	196.1916	186.9926	10.1
O	218.4001	181.6039	200.0020	9.2
P	203.8124	177.7935	213.0114	10.29
Para tensión de equilibrio a 180v y radio del punto de equilibrio " $\Phi$ " $r'' = 23.42 V$				
punto	Vab	Vbc	Vcd	% desequilibrio de tensión
Q	168.2954	168.2954	196.5625	10.6
R	160.0161	183.4334	191.7126	10.29
S	163.4455	196.5625	180.0040	9.2
T	176.5746	199.9919	168.2954	10.1
U	191.7126	191.7126	163.4455	10.3
V	199.9919	176.5746	168.2954	10.1
W	196.5625	163.4455	180.0040	9.2
X	183.4334	160.0161	191.7126	10.29

Los puntos A, B, C, D, E, F, G y H en promedio tendrían 10% de desequilibrio calculado respecto a el punto  $\psi$  (220V, 220V, 220V) y se encuentran a un radio



desde este de  $r = 28.62V$ . Los puntos I, J, K, L, M, N, O y P; también en promedio tendrán 10% de desequilibrio pero respecto a el punto de trabajo de equilibrio  $\Phi$  (200V, 200V, 200V) y se encuentran a un radio desde este de  $r' = 26.02V$ . Así mismo los puntos Q, R, S T, U, V, W y X en promedio tendrían 10% de desequilibrio respecto al punto  $\Phi$  (180V, 180V, 180V) y se encuentran a un radio desde este de  $r'' = 23.42V$ .

Considerando las secciones mostradas en el ejemplo anterior; cuando estas cortan el eje de simetría más cerca del origen (puntos  $V_{ab}=V_{bc}=V_{ca}$  cada vez menores), se permitirá un radio de desviación  $r$ ,  $r'$  ó  $r''$  cada vez más pequeño (alrededor del eje de simetría y perpendicular a este) para encontrar una circunferencia en el plano, donde cualquier punto ( $V_{ab}$ ,  $V_{bc}$ ,  $V_{ca}$ ) sobre esta representa una condición de las magnitudes de las tensiones de línea con un mismo porcentaje de desequilibrio (ver figura 6 y cuadro 3). Cada % de desequilibrio forma aproximadamente una superficie cónica (ver figura 5), donde cualquier punto sobre ella ( $V_{ab}$ ,  $V_{bc}$ ,  $V_{ca}$ ) presenta un mismo % de desequilibrio calculado por la definición que suministra NEMA. La superficie de los puntos que tienden al mismo valor de % de desequilibrio calculado, se acerca a la forma de un cono como se nota en la figura 6 ya que para valores cercanos al origen del eje de simetría, desviaciones pequeñas de este indican porcentajes de desequilibrio elevados y a medida que se hacen muestreos alejándose del origen del eje de simetría, la desviación de este debe ser mayor para obtener esos mismos índices.

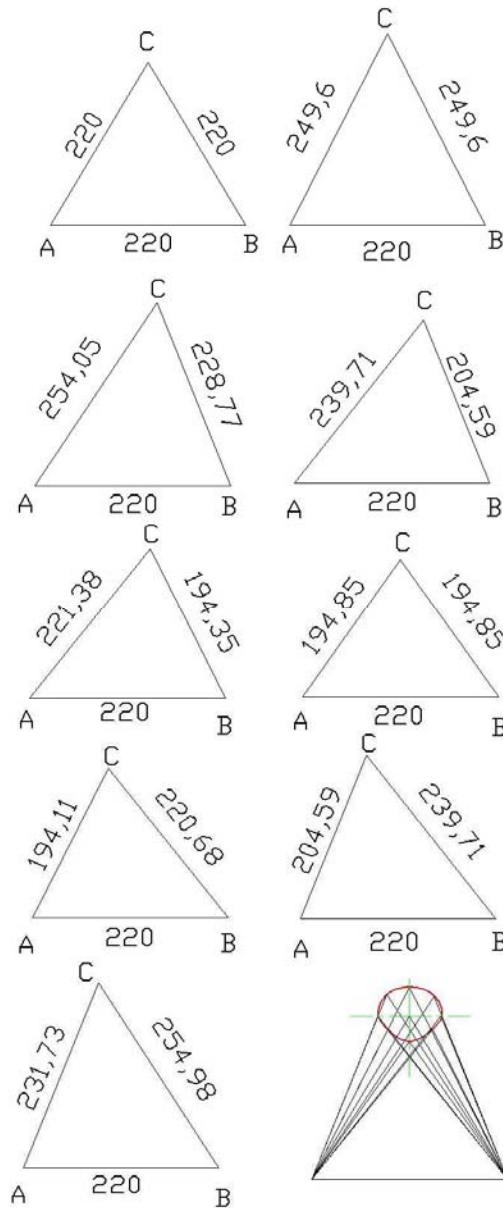
Otra figura representa un caso donde se ha dejado fijo uno de los tres valores de desequilibrio y se ve por una interpolación la forma del desequilibrio alrededor del punto de simetría (Ver figura 7). Diferentes e infinitos casos de desequilibrio entregan el mismo porcentaje establecido por NEMA. En la figura 5, el último gráfico muestra una región curva que cumple un valor de 8.2% en todos sus puntos, pasando por estados donde el promedio es inferior a la condición de equilibrio (caída de tensión) y en otros casos el promedio excede el caso de equilibrio (sobre tensión) Para esta grafica se ha hecho el siguiente cálculo (Ver cuadro 4) que indica los valores y resultado del % de desequilibrio NEMA.

**Cuadro 4. Valores de tensiones desequilibradas igualmente según la figura 5**

Vab	Vbc	Vca	% de desequilibrio
220	220	220	0%
220	249.6	249.6	8.2%
220	228.77	254.05	8.3%
220	204.59	239.71	8.2%
220	194.35	221.38	8.2%

220	194.85	194.85	8.2%
220	220.68	194.11	8.2%
220	239.71	204.59	8.2%
220	254.98	231.73	8.2%

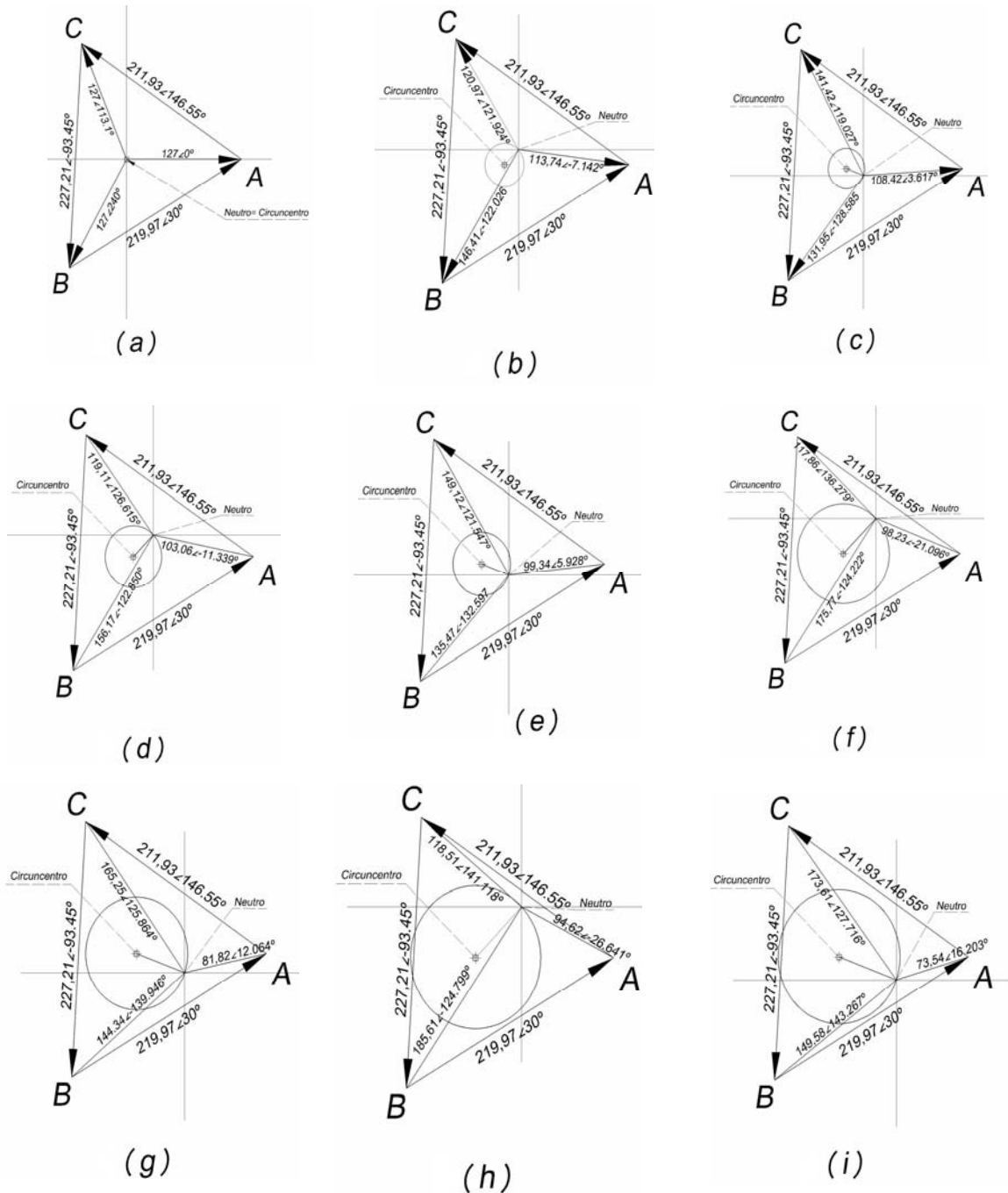
Figura 7. Variación de dos de las tensiones de línea a línea.



La definición NEMA asume que las tensiones promedio son siempre iguales a los valores de tensiones nominales del sistema eléctrico de potencia, el cual es 220V para los sistemas trifásicos usados como ejemplos.

### 3. ANÁLISIS DEFINICIÓN IEEE

Figura 8. Casos de estudio ejemplo Análisis IEEE



### 3.1. PLANTEAMIENTO DE EJEMPLO PARA ANÁLISIS

Un sistema trifásico de potencia con neutro flotante se usa para el siguiente análisis. Teniendo un triángulo asimétrico fijo de vértices ABC, formado por las tensiones de línea a línea, el único punto geométrico donde se puede ubicar el neutro, para que haya simetría entre las magnitudes de las tensiones de línea a neutro, es el circuncentro del triángulo (ver figura 8a). Con centro en el punto ubicado anteriormente, se traza una circunferencia de 20V de radio, para ubicar el neutro sobre ella, en dos puntos distintos (ver figuras 8b y 8c). El proceso se repite ampliando el radio de la circunferencia a 30V (ver figuras 8d y 8e); 50V (ver figuras 8f y 8g) y 60V (ver figuras 8h y 8i).

Al hacer las mediciones de los casos y calcular, se obtuvieron los siguientes resultados.

**Cuadro 5. Tensiones de fase, para un mismo caso de tensiones de línea a línea**

Figura	$V_a$	$V_b$	$V_c$
8(a)	$127 \angle 0^\circ$	$127 \angle 240^\circ$	$127 \angle 113.1^\circ$
8(b)	$113.74 \angle -7.142^\circ$	$146.41 \angle -122.026^\circ$	$120.97 \angle 121.924^\circ$
8(c)	$108.42 \angle 3.617^\circ$	$131.95 \angle -128.585^\circ$	$141.42 \angle 119.027^\circ$
8(d)	$103.06 \angle -11.339^\circ$	$156.17 \angle -122.850^\circ$	$119.11 \angle 126.615^\circ$
8(e)	$99.34 \angle 5.928^\circ$	$135.47 \angle -132.597^\circ$	$149.12 \angle 121.547^\circ$
8(f)	$98.23 \angle -21.096^\circ$	$175.77 \angle -124.222^\circ$	$117.86 \angle 136.279^\circ$
8(g)	$81.82 \angle 12.064^\circ$	$144.34 \angle -139.946^\circ$	$165.25 \angle 125.864^\circ$
8(h)	$94.62 \angle -26.64^\circ$	$185.61 \angle -124.799^\circ$	$118.51 \angle 141.118^\circ$
8(i)	$73.54 \angle 16.203^\circ$	$149.58 \angle -143.267^\circ$	$173.61 \angle 127.716^\circ$
	$U_p$ de las tensiones de fase a neutro	$U_n$ de las tensiones de fase a neutro	
	$126.795 \angle -2.3^\circ$	$5.095 \angle 146.55^\circ$	

**Cuadro 6. Iguales tensiones de línea, para diferentes tensiones de fase**

	NEMA	IEEE		IEC	
Figura	% de desequilibrio de tensión (1)	% de desequilibrio (2)	Factor de desequilibrio de tensión (3)	Factor de desequilibrio (4)	Magnitud aproximada del desequilibrio (5)
8(a)	3.54%	0%	4%	4%	3.41%
8(b)	3.54%	15.247%	4%	4%	3.41%
8(c)	3.54%	14.806%	4%	4%	3.41%
8(d)	3.54%	22.27%	4%	4%	3.41%
8(e)	3.54%	22.37%	4%	4%	3.41%
8(f)	3.54%	34.566%	4%	4%	3.41%
8(g)	3.54%	37.288%	4%	4%	3.41%
8(h)	3.54%	39.65%	4%	4%	3.41%
8(i)	3.54%	44.39%	4%	4%	3.41%

### 3.2. ANÁLISIS DE VALORES PARA EL PORCENTAJE DE DESEQUILIBRIO

**3.2.1. Usando un sistema de potencia trifásico con neutro flotante.** En éste análisis, de las dos ecuaciones planteadas por la IEEE [2] para la estimación del desequilibrio de tensión de fase, tendremos valores fijos en las definiciones: NEMA de % de desequilibrio de tensión (1), IEEE factor de desequilibrio de tensión (3), IEC factor de desequilibrio (4) e IEC magnitud aproximada del desequilibrio (5); sólo se presentarán cambios en las magnitudes y ángulos de las tensiones medidas del neutro a las líneas, sin cambios en las tensiones de línea a línea (Neutro Flotante), así variarán los valores para la definición IEEE de porcentaje de desequilibrio (2).

**Cuadro 7. Desequilibrio de tensión un sistema trifásico con neutro flotante**

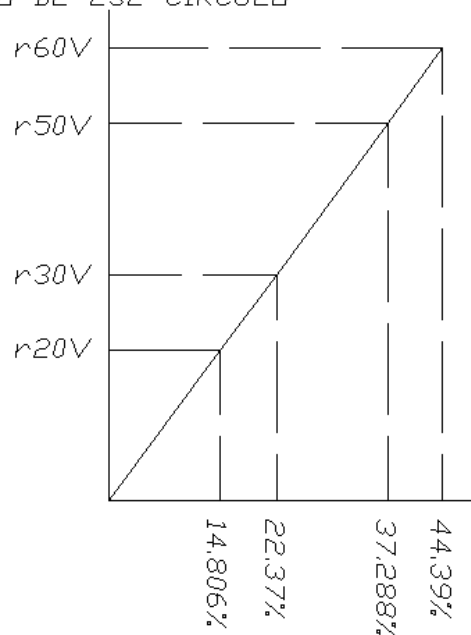
Figura	$V_{ab}$	$V_{bc}$	$V_{ca}$	R
8(a)	$219.97\angle 30^\circ$	$227.21\angle -93.45^\circ$	$211.93\angle 146.55^\circ$	0V
8(b)	$219.97\angle 30^\circ$	$227.21\angle -93.45^\circ$	$211.93\angle 146.55^\circ$	20V
8(c)	$219.97\angle 30^\circ$	$227.21\angle -93.45^\circ$	$211.93\angle 146.55^\circ$	20V
8(d)	$219.97\angle 30^\circ$	$227.21\angle -93.45^\circ$	$211.93\angle 146.55^\circ$	30V
8(e)	$219.97\angle 30^\circ$	$227.21\angle -93.45^\circ$	$211.93\angle 146.55^\circ$	30V
8(f)	$219.97\angle 30^\circ$	$227.21\angle -93.45^\circ$	$211.93\angle 146.55^\circ$	50V
8(g)	$219.97\angle 30^\circ$	$227.21\angle -93.45^\circ$	$211.93\angle 146.55^\circ$	50V
8(h)	$219.97\angle 30^\circ$	$227.21\angle -93.45^\circ$	$211.93\angle 146.55^\circ$	60V
8(i)	$219.97\angle 30^\circ$	$227.21\angle -93.45^\circ$	$211.93\angle 146.55^\circ$	60V
$U_p$ de las tensiones de línea a línea		$U_n$ de las tensiones de línea a línea		Donde R= Radio en voltios desde la ubicación del neutro hasta el circuncentro del triangulo de las tensiones de línea a línea.
$219.615\angle 27.70^\circ$		$8.823\angle 116.547^\circ$		

El circuncentro del triangulo formado por las tensiones de línea a línea, como punto neutro del sistema trifásico de potencia, es una referencia de 0% para “el porcentaje de desequilibrio” (2) dado por IEEE y según los resultados del cuadro 7, al alejarse el neutro de ese punto, se inicia un incremento lineal del porcentaje de desequilibrio” (2) en función del radio que separa al neutro del circuncentro (figura 9). Eso quiere decir que tendrán igual % de desequilibrio (2), todos los sistemas trifásicos de tensiones de línea a neutro que resulten de ubicar sobre cualquier punto de la circunferencia de radio R desde el circuncentro el punto neutro.

A continuación se observa la gráfica que indica el aumento lineal del porcentaje de desequilibrio (2), a medida que modifico la posición del neutro del sistema de forma radial, desde el circuncentro donde el porcentaje de desequilibrio (2) es 0%.

**Figura 9. Aumento lineal del % de desequilibrio (2) moviendo radial mente el neutro desde el circuncentro del triangulo formado por las tensiones de línea**

*GRAFICA: RADIO EN VOLTIOS DE UN CIRCULO DESDE EL CIRCUNCENTRO DEL TRIANGULO FORMADO POR LAS TENSIONES DE LÍNES VS % DE DESEQUILIBRIO IEEE EN CUALQUIER PUNTO DE ESE CIRCULO*



**3.2.2. Usando un plano tridimensional con los valores de las tensiones de fase en los tres ejes del espacio.** Se aplica el mismo marco de referencia utilizado para el análisis de la norma NEMA. Tres ejes perpendiculares de la

tensiones de fase  $V_a$ ,  $V_b$  y  $V_c$  definen el primer octante del espacio (todos los valores positivos) y a continuación se analizará el Factor de Desequilibrio planteado por la IEEE (2), teniendo en cuenta que la ecuación es completamente análoga a la definición NEMA (1) ya que la única diferencia radica en que la definición NEMA trabaja con las tensiones de línea y la del Factor de Desequilibrio IEEE con las de fase. Así y basado en lo planteado en el capítulo 2 de este trabajo, se definen aproximadamente una superficie cónica (ver figura 5), donde cualquier punto sobre ella ( $V_a$ ,  $V_b$ ,  $V_c$ ) presenta un mismo % de Desequilibrio calculado por la definición que suministra IEEE. La superficie de los puntos que tienden al mismo valor de % de desequilibrio calculado, se acerca a la forma de un cono como se nota en la figura 6 ya que para valores cercanos al origen del eje de simetría, desviaciones pequeñas de este indican porcentajes de desequilibrio elevados y a medida que se hacen muestreos alejándose del origen del eje de simetría, la desviación de este debe ser mayor para obtener esos mismos índices.

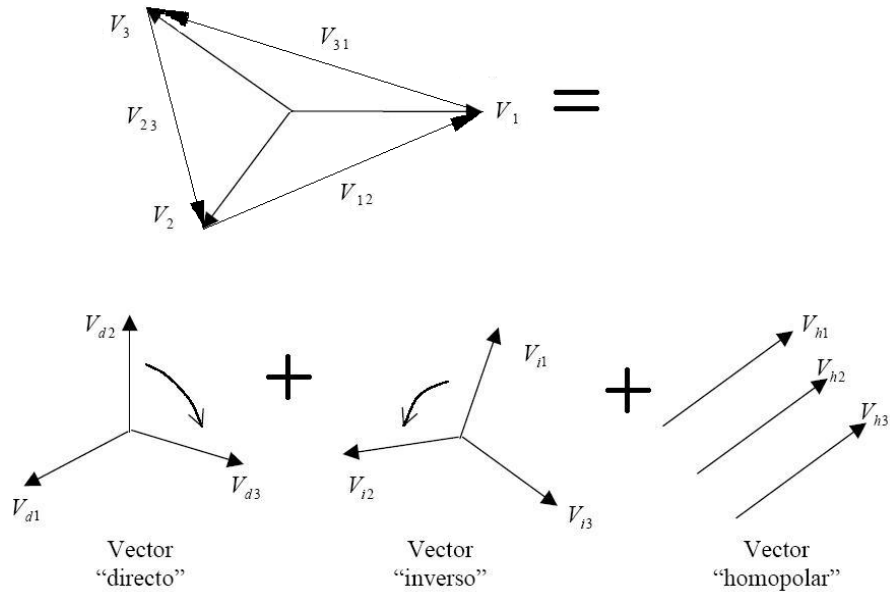
### **3.3. ANÁLISIS DE VALORES PARA EL FACTOR DE DESEQUILIBRIO**

Los infinitos grupos de fasores de tensiones de fase que pueden formarse al mover solamente la posición del neutro, poseen las mismas componentes de secuencia negativa y positiva de tensión de fase (ver cuadro 5 y figura 8), así el valor calculado para el Factor de Desequilibrio IEE (3) en cualquiera de estos casos será el mismo (ver cuadro 7).

El valor del Factor de Desequilibrio IEEE (3) será siempre igual valor del Factor de Desequilibrio IEC (4) para un sistema trifásico de potencia con neutro, debido a que el cociente de la componente de secuencia negativa sobre la componente de secuencia positiva será igual si se hace con las tensiones de línea o con las de fase (ver figura 8, cuadros 5, 6, 7). Ya que se puede expresar las componentes de secuencia de tensión de línea en términos de las componentes de secuencia de tensión de fase, se observa el porque de la igualdad de los factores IEEE e IEC:



**Figura 10. Sistema trifásico de tres vectores de fase desequilibrados, descompuesto en componentes de secuencia positiva (directa), negativa (inversa) y cero (homopolar)**



Hallando las componentes de secuencia, en un sistema trifásico de potencia desequilibrado con neutro, el subíndice “d” hace referencia a la componente de secuencia directa ó positiva, el subíndice “i” hace referencia a la componente de secuencia inversa ó negativa y el subíndice “h” se refiere a la componente homopolar ó de secuencia cero.

Las componentes de secuencia positiva y negativa de tensión de fase sería:

$$V_{i\text{ fase}} = \frac{1}{3}(V_1 + aV_2 + a^2V_3) \quad V_{d\text{ fase}} = \frac{1}{3}(V_1 + a^2V_2 + aV_3)$$

Las tensiones de línea ó de línea a neutro se calcularían:

$$V_{12} = V_1 - V_2 \quad V_{23} = V_2 - V_3 \quad V_{31} = V_3 - V_1$$

Así las componentes de secuencia positiva y negativa de tensión de línea sería:

$$V_{i\text{ línea}} = \frac{1}{3}(V_{12} + aV_{23} + a^2V_{31}) \quad V_{d\text{ línea}} = \frac{1}{3}(V_{12} + a^2V_{23} + aV_{31})$$

Rescribiendo los valores de tensión de línea a sus equivalentes en tensión de fase

$$V_{i\text{ línea}} = \frac{1}{3}(V_1 - V_2 + a(V_2 - V_3) + a^2(V_3 - V_1))$$

Distribuyendo y organizando

$$V_{i\text{ línea}} = \frac{1}{3}(V_1 + aV_2 + a^2V_3 - (a^2V_1 + V_2 + aV_3))$$

Aplicando propiedades del operador a

$$V_{i\text{ línea}} = \frac{1}{3}(V_1 + aV_2 + a^2V_3 - a^2(V_1 + aV_2 + a^2V_3))$$

$$V_{i\text{ línea}} = V_{i\text{ fase}} - a^2V_{i\text{ fase}}$$

$$V_{i\text{ línea}} = (1 - a^2)V_{i\text{ fase}}$$

$$V_{i\text{ línea}} = \sqrt{3} \angle 30^\circ V_{i\text{ fase}} \quad (8)$$

De forma análoga con las componente de secuencia directa de línea

$$V_{d\text{ línea}} = \sqrt{3} \angle -30^\circ V_{d\text{ fase}} \quad (9)$$

Ahora, ya que en magnitud, la única diferencia entre las componentes de secuencia negativa y positiva de fase y de línea es el factor  $\sqrt{3}$ , al hacer los cocientes para el Factor de Desequilibrio planteado por IEEE (3) y el mismo factor de desequilibrio pero planteado por IEC (4) el resultado en magnitud para ambos, siempre será el mismo (ver cuadro 7) al cancelarse  $\sqrt{3}$  en el cociente.

## 4. ANÁLISIS DEFINICIÓN IEC

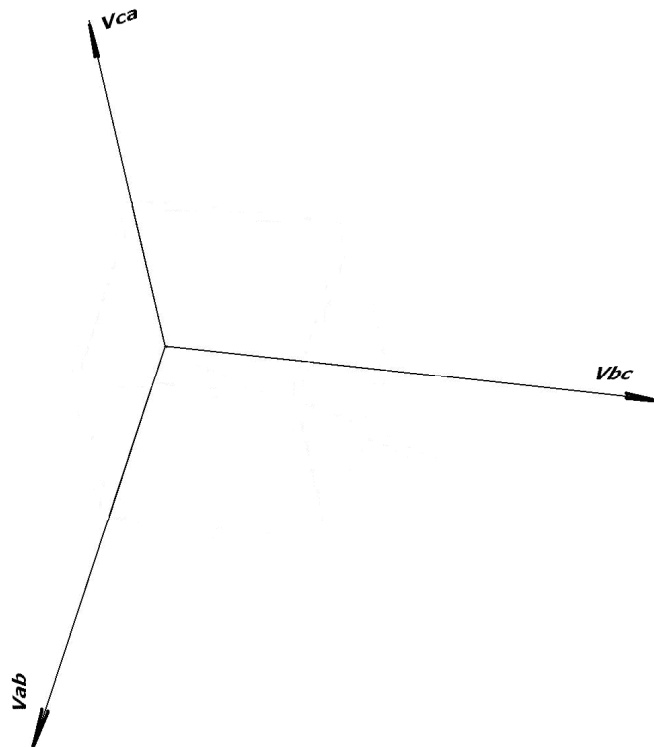
### 4.1. PLANTEAMIENTO DE EJEMPLO PARA ANÁLISIS

Se plantea una situación similar a la que se tuvo en cuenta para el análisis de la norma NEMA en el capítulo 1.

El espacio con los tres ejes tridimensionales cartesianos, donde cada uno de ellos indica el valor respectivo de las tensiones de línea a línea  $V_{ab}$ ,  $V_{bc}$  y  $V_{ca}$  en un sistema trifásico de potencia (ver figura 11).

Los infinitos puntos, de coordenadas  $(V_{ab}, V_{bc}, V_{ca})$  en el primer octante del espacio (todos los valores positivos en las 3 coordenadas), representan las infinitas condiciones en que se pueden tener las magnitudes de tensiones de línea a línea en un sistema trifásico de potencia en un momento cualquiera.

**Figura 11. Espacio o plano de referencia para el análisis de la norma IEC.**



Teniendo en cuenta la definición de desequilibrio planteada por IEC 60034 de 2006 “Maquinas Eléctricas Rotativas”, específicamente en la parte 26 donde se halla un Factor de desequilibrio  $f_u$  calculado como el cociente de la componente de tensión de línea de secuencia negativa (magnitud), sobre la componente de tensión de línea de secuencia positiva (magnitud) (ver ecuación 4) en los puntos donde el valor de las tres coordenadas son iguales ( $V_{ab}= V_{bc}= V_{ca}$ ), el valor calculado de este factor  $f_u$  es 0% ya que la magnitud de la componente de secuencia negativa de las tensiones de línea a línea, que es el numerador del factor  $f_u$  calculado, será cero solamente cuando las tres tensiones de línea a línea son iguales, debido a que una igualdad de magnitud de estas tensiones, implícitamente estará indicando una igualdad de ángulo de desfase entre ellas (ver figura 12) y esta condición es el perfecto equilibrio de tensión de línea a línea, donde el cálculo muestra que la componente de tensión de secuencia negativa es  $0 \angle 0^\circ$  y así el cociente que se tiene para calcular el factor  $f_u$  tendrá en el denominador cero siempre que se cumpla la condición  $V_{ab}= V_{bc}= V_{ca}$  (ver figura 13).

**Figura 12. Simetría de magnitud de las tensiones de línea a línea, implica simetría de ángulo de desfase**

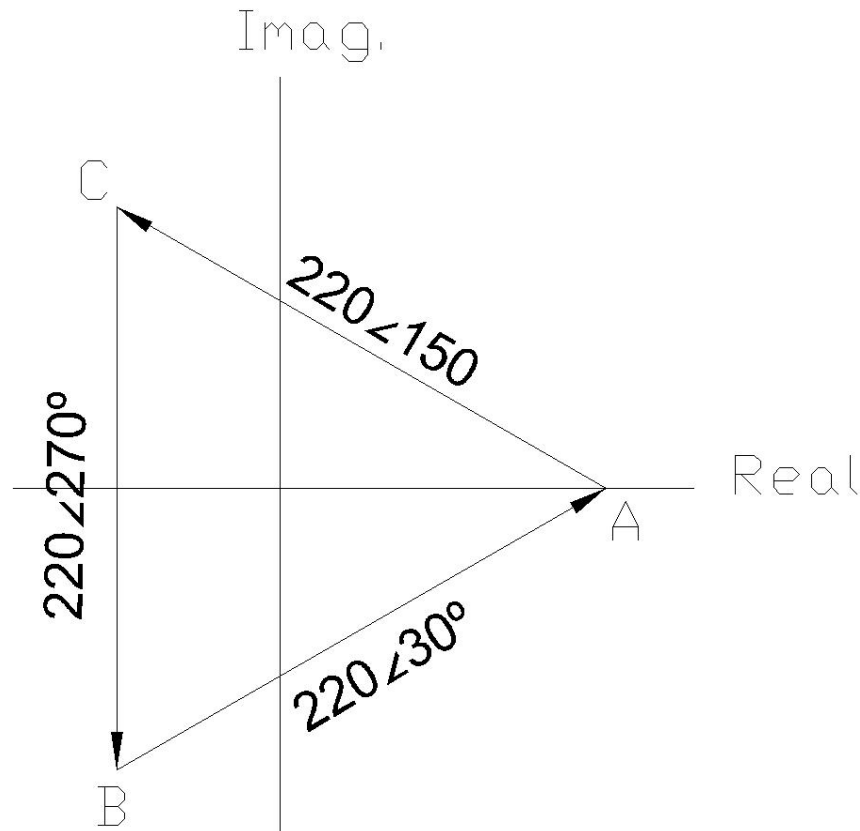
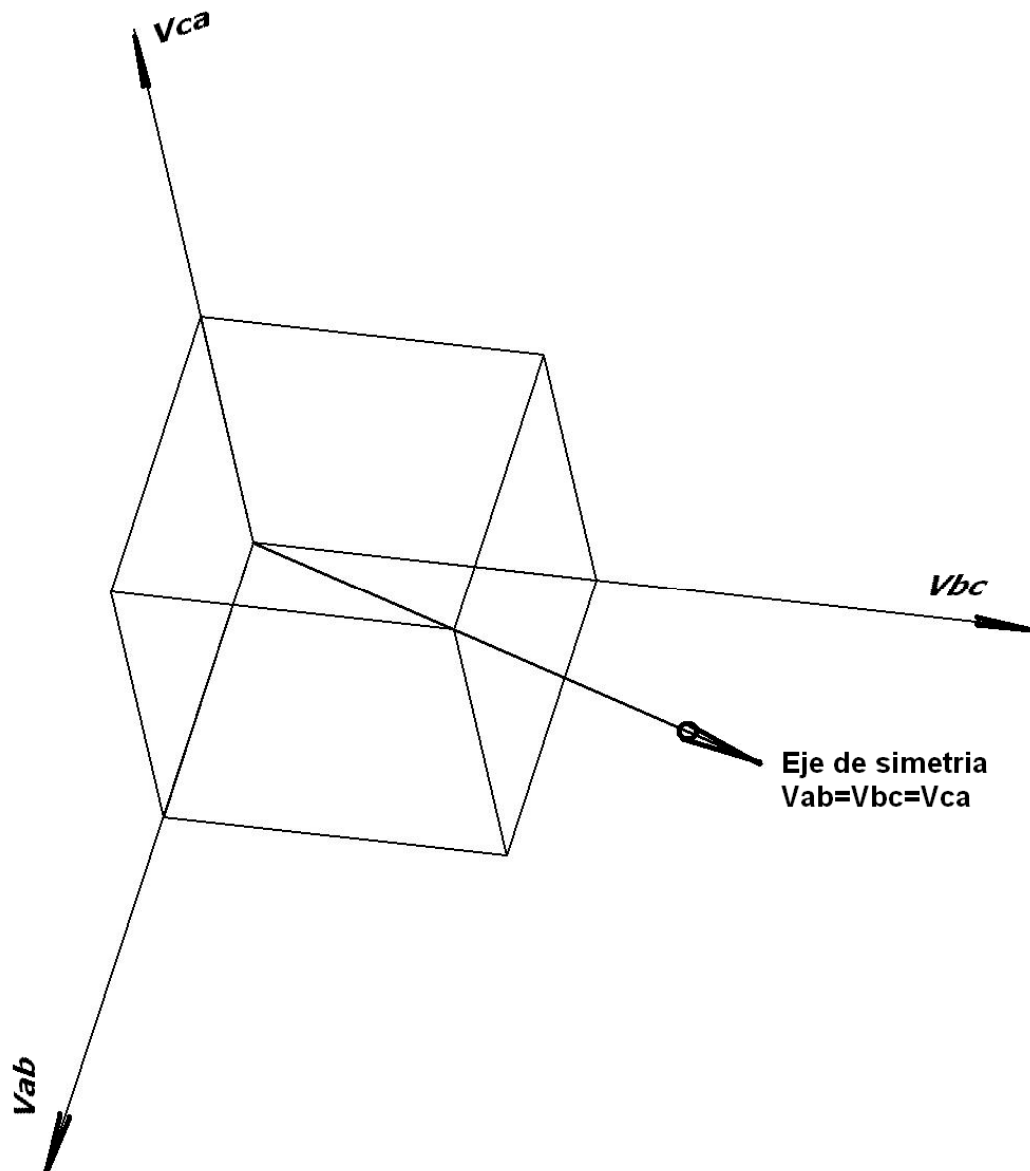


Figura 13. Vista del eje de simetría en el plano tridimensional de referencia para el análisis de la norma IEC ( $V_{ab} = V_{bc} = V_{ca}$ )



El mismo ejemplo utilizado para analizar la norma NEMA será usado para los cálculos con la definición IEC.

Teniendo tres puntos distintos a lo largo del eje de simetría con 0% de factor  $f_u$  de desequilibrio:

$\Psi$  en:  $V_{ab}= 220V, V_{bc}= 220V, V_{ca}= 220V$

$\varphi$  en:  $V_{ab}= 200V, V_{bc}= 200V, V_{ca}= 200V$

$\Phi$  en:  $V_{ab}= 180V, V_{bc}= 180V, V_{ca}= 180V$

En cada uno de ellos como centro, se trazan circunferencia sobre el plano perpendicular al eje de simetría, de radios:

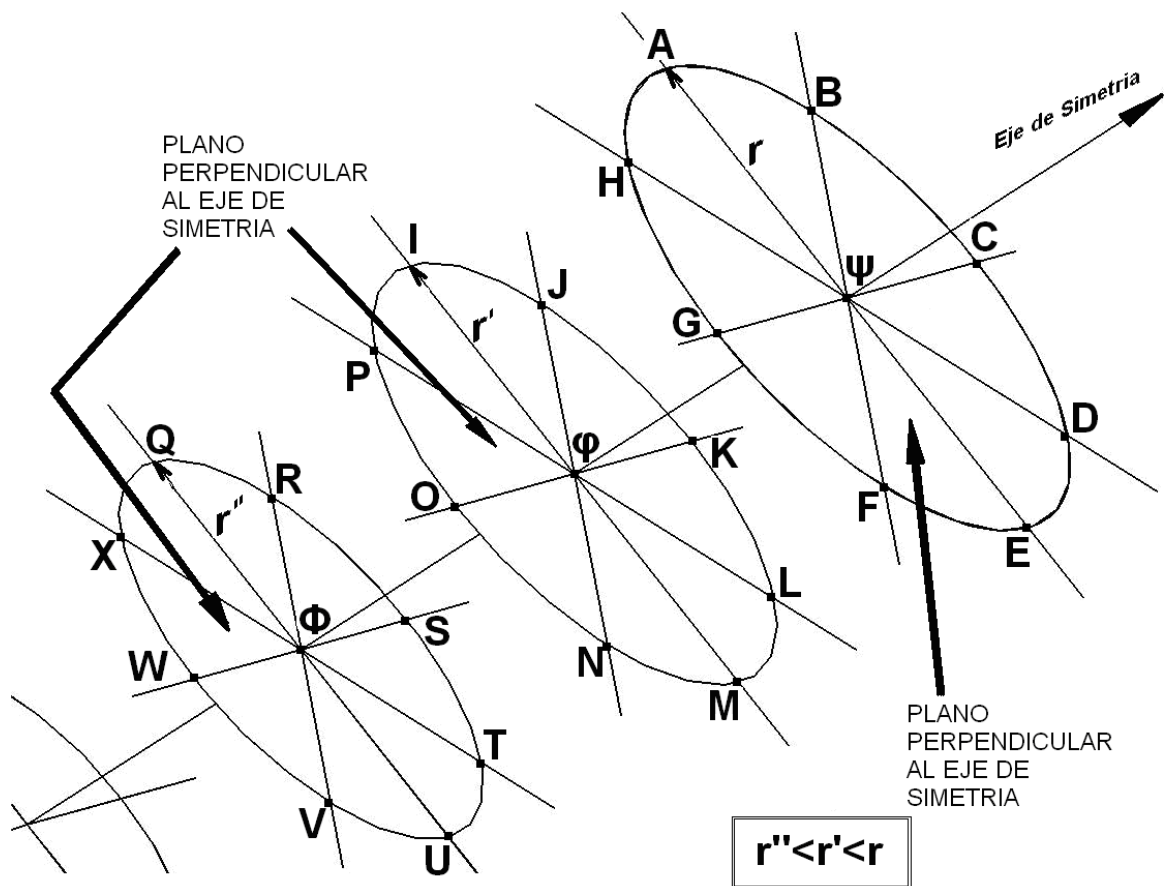
$r= 12.88 V$  para  $\Psi$ .

$r'= 11.71 V$  para  $\varphi$ .

$r''= 10.54 V$  para  $\Phi$ .

Como se muestra en la figura 14:

**Figura 14. Ejemplo demostrativo para norma IEC**



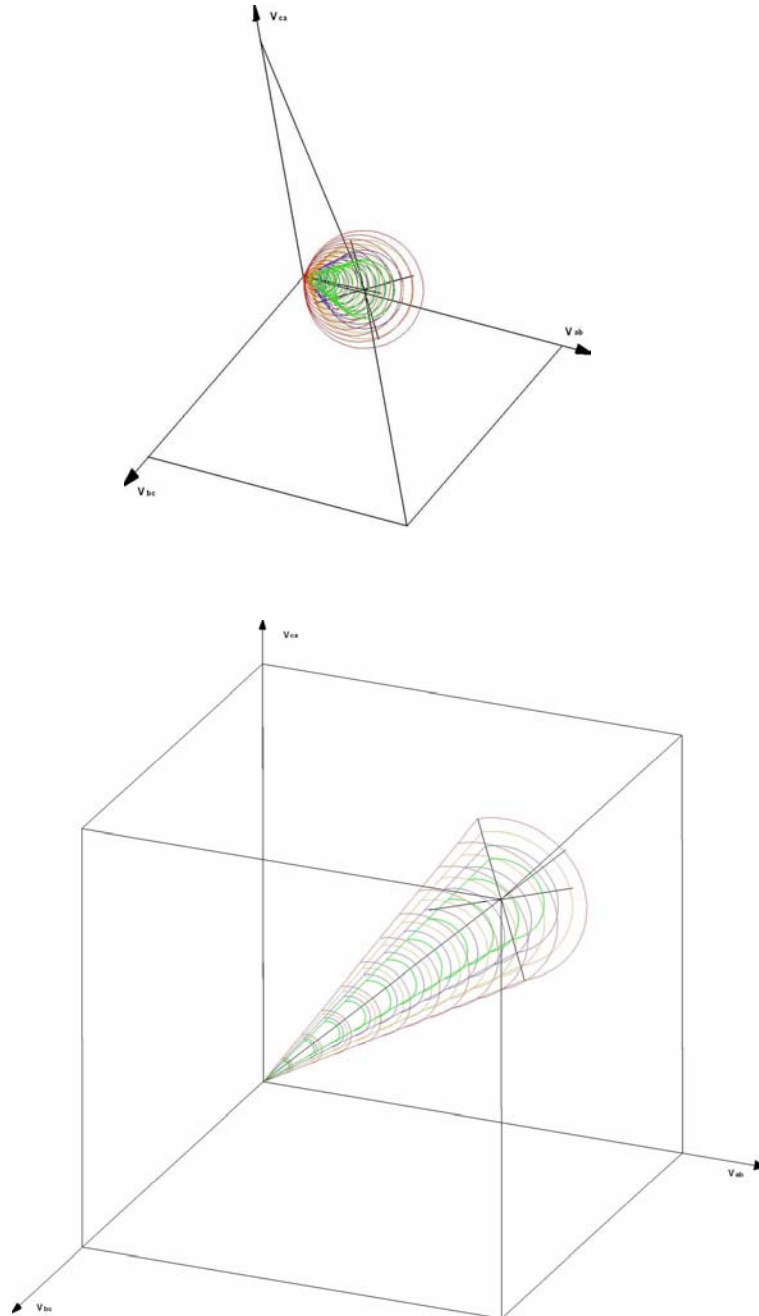
Encontrando las coordenadas de los puntos y calculando los porcentajes de desequilibrio se obtiene la siguiente información:

**Cuadro 8. Valores encontrados para el ejemplo norma IEC**

Para tensión de equilibrio a 220v y radio del punto de equilibrio " $\psi$ " $r = 12.88$ V				
punto	Vab	Vbc	Vcd	Factor de desequilibrio de tensión
A	213.5604	213.5604	229.1070	4.79
B	209.0069	221.8861	226.4396	4.73
C	210.8930	229.1070	220.0000	4.79
D	218.1139	230.9931	213.5604	4.77
E	226.4396	226.4396	210.8930	4.63
F	230.9931	218.1139	213.5604	4.77
G	229.1070	210.8930	220.0000	4.79
H	221.8861	209.0069	226.4396	4.73
Para tensión de equilibrio a 200v y radio del punto de equilibrio " $\phi$ " $r' = 11.71$ V				
punto	Vab	Vbc	Vcd	Factor de desequilibrio de tensión
I	194.1478	194.1478	208.2811	4.79
J	190.0082	201.7167	205.8562	4.73
K	191.7229	208.2811	200.0020	4.79
L	198.2873	209.9958	194.1478	4.77
M	205.8562	205.8562	191.7229	4.63
N	209.9958	198.2873	194.1478	4.77
O	208.2811	191.7229	200.0020	4.79
P	201.7167	190.0082	205.8562	4.73
Para tensión de equilibrio a 180v y radio del punto de equilibrio " $\Phi$ " $r'' = 10.54$ V				
punto	Vab	Vbc	Vcd	Factor de desequilibrio de tensión
Q	174.7351	174.7351	187.4553	4.79
R	171.0095	181.5472	185.2729	4.73
S	172.5527	187.4553	180.0040	4.79
T	178.4608	188.9985	174.7351	4.77
U	185.2729	185.2729	172.5527	4.63
V	188.9985	178.4608	174.7351	4.77
W	187.4553	172.5527	180.0040	4.79
X	181.5472	171.0095	185.2729	4.73

El cálculo de los factores de desequilibrio  $f_u$  en los puntos del anterior ejemplo, deja claro que el factor propuesto por IEC es más preciso con el concepto planteado en este trabajo de la superficie tridimensional cónica que cumple con un mismo índice de desequilibrio (ver figura 15 y cuadro 8) propuesto en el capítulo 2.

**Figura 15. Superficies cónicas formadas por los puntos que tienen un mismo factor de desequilibrio  $f_u$**





## 5. ANÁLISIS DEFINICIÓN DEL FACTOR COMPLEJO

### 5.1. PLANTEAMIENTO DE EJEMPLO PARA ANÁLISIS

Se tomarán los valores y la graficas del ejemplo planteado en la definición IEC para el caso de estudio con el Factor complejo de Desequilibrio.

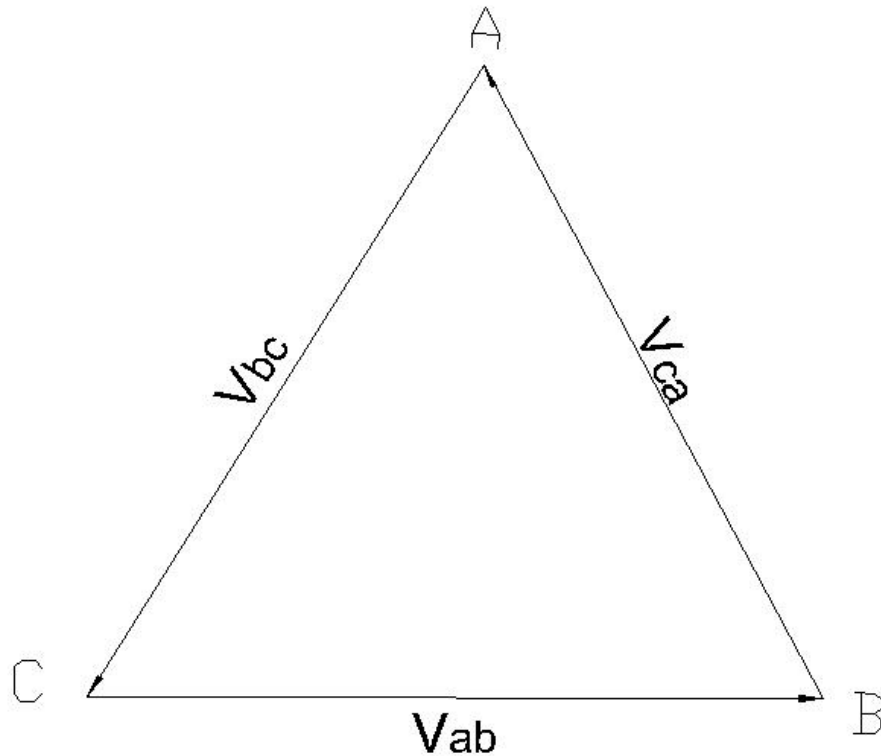
**Cuadro 9. Valores para el análisis de la definición del Factor Complejo**

Para tensión de equilibrio a 220v y radio del punto de equilibrio "ψ" r = 12.88 V				
punto	Vab	Vbc	Vcd	Factor complejo
A	213.5604 ∠ 0°	213.5604 ∠ 244.88°	229.1070 ∠ 122.44	4.79 ∠ -120
B	209.0069 ∠ 0°	221.8861 ∠ 243.32	226.4396 ∠ 118.89	4.73 ∠ -164.93
C	210.8930 ∠ 0°	229.1070 ∠ 239.83	220.0000 ∠ 115.80	4.79 ∠ 149.32
D	218.1139 ∠ 0°	230.9931 ∠ 236.70	213.5604 ∠ 115.31	4.77 ∠ 105.87
E	226.4396 ∠ 0°	226.4396 ∠ 235.51	210.8930 ∠ 117.75	4.63 ∠ 60.04
F	230.9931 ∠ 0°	218.1139 ∠ 236.70	213.5604 ∠ 121.39	4.77 ∠ 14.13
G	229.1070 ∠ 0°	210.8930 ∠ 239.83	220.0000 ∠ 124.03	4.79 ∠ -29.32
H	221.8861 ∠ 0°	209.0069 ∠ 243.32	226.4396 ∠ 124.44	4.73 ∠ -75.03
Para tensión de equilibrio a 200v y radio del punto de equilibrio "φ" r' = 11.71 V				
punto	Vab	Vbc	Vcd	Factor complejo
I	194.1478 ∠ 0°	194.1478 ∠ 244.88	208.2811 ∠ 122.44	4.79 ∠ -120
J	190.0082 ∠ 0°	201.7167 ∠ 243.32	205.8562 ∠ 118.89	4.73 ∠ -164.93
K	191.7229 ∠ 0°	208.2811 ∠ 239.83	200.0020 ∠ 115.80	4.79 ∠ 149.32
L	198.2873 ∠ 0°	209.9958 ∠ 236.70	194.1478 ∠ 115.31	4.77 ∠ 105.87
M	205.8562 ∠ 0°	205.8562 ∠ 235.51	191.7229 ∠ 117.75	4.63 ∠ 60.04
N	209.9958 ∠ 0°	198.2873 ∠ 236.70	194.1478 ∠ 121.39	4.77 ∠ 14.13
O	208.2811 ∠ 0°	191.7229 ∠ 239.83	200.0020 ∠ 124.03	4.79 ∠ -29.32
P	201.7167 ∠ 0°	190.0082 ∠ 243.32	205.8562 ∠ 124.44	4.73 ∠ -75.03
Para tensión de equilibrio a 180v y radio del punto de equilibrio "Φ" r'' = 10.54 V				
punto	Vab	Vbc	Vcd	Factor complejo
Q	174.7351 ∠ 0°	174.7351 ∠ 244.88	187.4553 ∠ 122.44	4.79 ∠ -120
R	171.0095 ∠ 0°	181.5472 ∠ 243.32	185.2729 ∠ 118.89	4.73 ∠ -164.93
S	172.5527 ∠ 0°	187.4553 ∠ 239.83	180.0040 ∠ 115.80	4.79 ∠ 149.32
T	178.4608 ∠ 0°	188.9985 ∠ 236.70	174.7351 ∠ 115.31	4.77 ∠ 105.87
U	185.2729 ∠ 0°	185.2729 ∠ 235.51	172.5527 ∠ 117.75	4.63 ∠ 60.04
V	188.9985 ∠ 0°	178.4608 ∠ 236.70	174.7351 ∠ 121.39	4.77 ∠ 14.13
W	187.4553 ∠ 0°	172.5527 ∠ 239.83	180.0040 ∠ 124.03	4.79 ∠ -29.32
X	181.5472 ∠ 0°	171.0095 ∠ 243.32	185.2729 ∠ 124.44	4.73 ∠ -75.03

Con las magnitudes de las tensiones de línea y dando como referencia de desfase en el fasor  $V_{ab}$  un ángulo de  $0^\circ$  se obtienen los ángulos de los fasores  $V_{bc}$  y  $V_{ca}$ .

El conocer los valores de las tensiones de línea, conlleva de forma implícita a tener las componentes angulares de desfase entre las tensiones ya que estas cumplen la condición de suma fasorial entre ellas igual a cero, formando un triángulo:

**Figura 16. Triangulo cerrado para todas las tensiones de línea**



Así:

$$\bar{V}_{ab} = V_{ab} \angle 0^\circ$$

Por teorema del coseno

$$\bar{V}_{bc} = V_{bc} \angle \left[ 180^\circ + \cos^{-1} \left( \frac{V_{bc}^2 + V_{ab}^2 - V_{ca}^2}{2V_{ab}V_{bc}} \right) \right]$$

$$\bar{V}_{ca} = V_{ca} \angle \left[ 180^\circ - \cos^{-1} \left( \frac{V_{ab}^2 + V_{ca}^2 - V_{bc}^2}{2V_{ab}V_{ca}} \right) \right]$$

## 5.2. ANÁLISIS DE VALORES PARA EL FACTOR COMPLEJO

El factor complejo merece el mismo análisis en cuanto a magnitud que el Factor de Desequilibrio planteado por IEC (4), Es decir que en magnitud la superficie de los puntos que tienden al mismo valor de % de desequilibrio calculado, se acerca a la forma de un cono, pero la diferencia radica en que se incluyen los fasores de frecuencia, con ángulos y amplitudes.

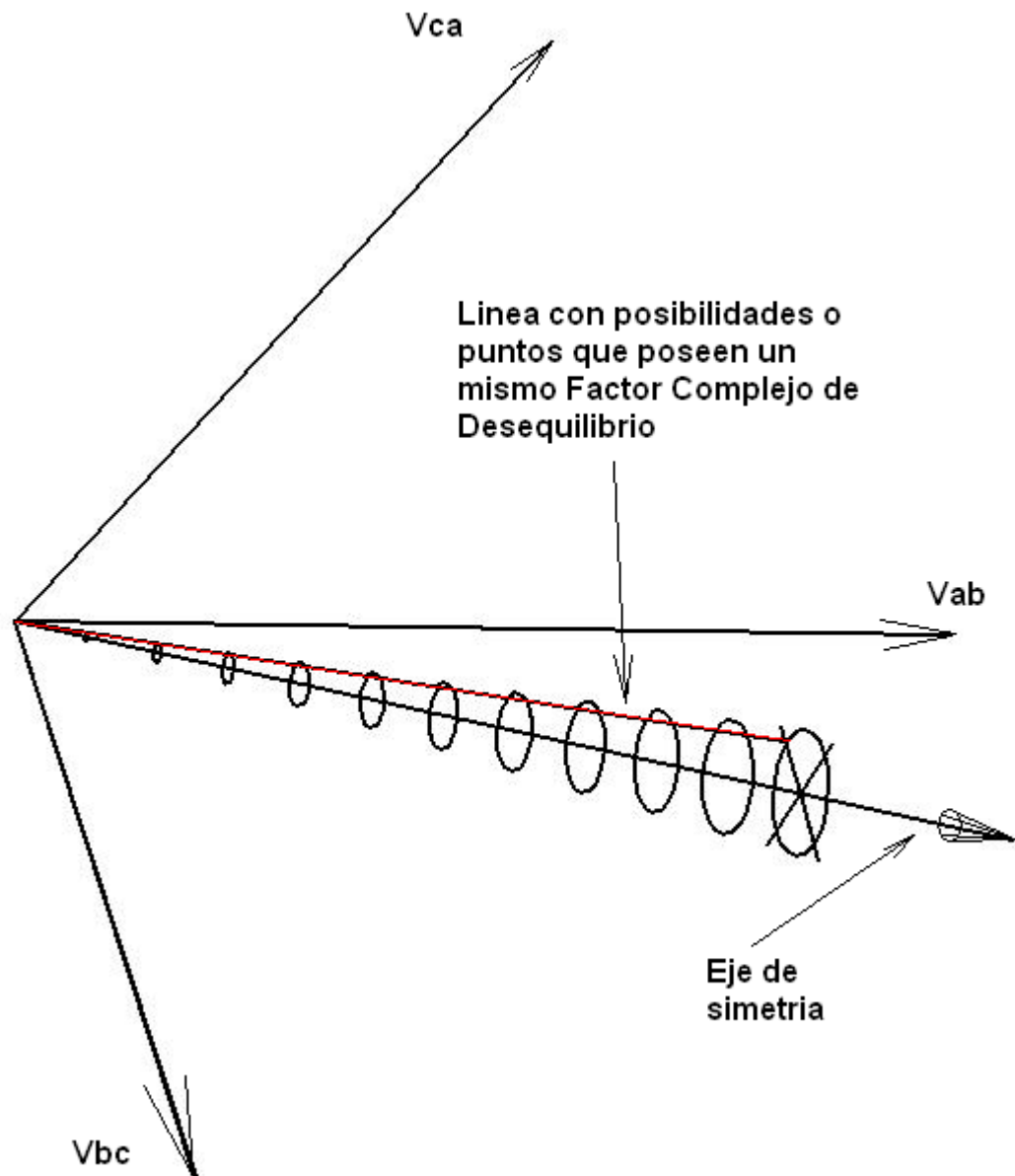
Según el cuadro 9, Al hacer la operación del factor complejo de desequilibrio, se forman planos radiales al Eje de Simetría donde los puntos o estados de los valores de las tres tensiones de línea a línea del sistema que se encuentren en ese plano (excluyendo al Eje de simetría) poseen igual ángulo de desfase en el resultado de su correspondiente Factor de Desequilibrio complejo (ver figura 17)

**Figura 17. Planos donde el ángulo del Factor Complejo de Desequilibrio es igual al calcular en cualquier punto del plano**



Lo anterior indica que los puntos que pasan por la recta resultante de cortar la superficie del cono donde la magnitud del Factor de Desequilibrio Complejo es igual con el plano donde el ángulo resultante del cálculo del Factor Complejo es igual, poseen un mismo Factor Complejo de desequilibrio en magnitud y ángulo (ver figura 18).

**Figura 18. Línea con puntos que poseen un mismo Factor Complejo de Desequilibrio**



## 6. CONCLUSIONES

Midiendo con un voltímetro las magnitudes rms de las tensiones de línea, es posible obtener los ángulos de desfase entre los fasores de estas.

Un grupo de 3 tensiones de línea, puede generar infinitos grupos de 3 tensiones de fase, dependiendo de la posición del neutro. Así es imposible determinar las tensiones de fase, partiendo de las tensiones de línea. Por lo tanto el Porcentaje de Desequilibrio IEEE (2) no es una aproximación del Factor de Desequilibrio IEEE (3) ya que el Porcentaje de Desequilibrio de tensión de fase IEEE (2), depende únicamente de las magnitudes de las tensiones de fase del sistema trifásico de potencia. Mientras que el Factor de Desequilibrio de tensión de fase IEEE (3), depende solamente de las magnitudes de la tensión de línea del sistema trifásico de potencia.

Las magnitudes de las componentes de secuencia negativa y positiva de tensión de fase son equivalentes a  $\sqrt{3}$  veces las componentes de secuencia negativa y positiva de tensión de línea, para cualquier sistema trifásico de tensión con neutro sin importar donde se encuentre ubicado este y como afecte las magnitudes y ángulos de las tensiones de fase.

La definición de Porcentaje de Desequilibrio planteada por la norma NEMA (1) es una aproximación aceptable al Factor de Desequilibrio de tensión de línea suministrado por IEC (4) y al Factor de Desequilibrio de tensión de fase que entrega la norma IEEE (3).

El desequilibrio de tensión en un sistema trifásico de potencia con neutro, se puede calcular por la definición de Factor de Desequilibrio planteada por la IEEE (3) que utiliza las componentes de secuencia negativa y positiva de tensión de fase ó con la definición de Factor de Desequilibrio planteada por IEC (4) que utiliza componentes de secuencia negativa y positiva de tensión de línea; obteniendo el mismo resultado (ver anexo B).

El Factor de Desequilibrio IEEE (3) e IEC (4) caracterizan el desequilibrio de las tensiones de línea únicamente en magnitud (cono) mientras que el Factor de

Desequilibrio Complejo caracteriza el desequilibrio en magnitud (cono) y ángulo (planos).

El Porcentaje de Desequilibrio IEEE (2) no puede modelar el desequilibrio de las tensiones de línea, ni ser comparado con ninguna otra definición analizada en este trabajo ya que ésta definición puede variar, dependiendo de las magnitudes de las tensiones de fase del sistema y es la única definición que depende de estas.

En todas las definiciones estudiadas existen infinitas condiciones o estados de los valores de las tres tensiones del sistema, que tienden a un mismo valor de desequilibrio calculado. Pero geoméricamente, la definición que modela mejor la condición de desequilibrio de tensión es la planteada en el Factor Complejo de Desequilibrio. Ya que esta sólo deja como una variable abierta el valor nominal de tensión del sistema.

## **7. RECOMENDACIONES**

Las aproximaciones planteadas en el anexo A, para encontrar las componentes de secuencia positiva y negativa de tensión, son exclusivas para trabajar con tensiones de línea ya que ya dichas tensiones deben sumar fasorialmente cero y esta es una condición en la aproximación. Por el contrario lo anterior no es una condición en las tensiones de fase. Así con las ecuaciones del anexo A de este trabajo y con la facilidad actual de programar una calculadora científica, es recomendable el uso de la definición IEC de factor de desequilibrio para trabajos en campo ya que esta describe mejor el fenómeno que la definición NEMA.

## BIBLIOGRAFÍA

DE OLIVERA, S. E. M. Operation of Tree-Phase Induction Motors connected to One-Phase Supply, IEEE Trans. Energy Conversion, vol. 5, no. 4. Washington: 1990. 977 p.

IEEE. Recommended Practice for Electric Power Distribution for Industrial Plants. Washington: 1993. 854 p.

IEC 60034-26. International Electrotechnical Commission, International Standard Electrical Machines part: 26 Effects of unbalanced voltages on the performance of three-phase cage induction motors. Washington: 2006. 1285 p .

JOZEF, A. L; GHIJSELEN, Alex P.M; BOSSCHE. Exact Voltage Unbalance Assessment Without Phase Measurements. IEEE Transactions on Power Systems, vol. 20, no. 1. Washington: 2005, 80 p.

NEMA, Motors and Generators, NEMA standar MG1-1993. New York: 1993. 1120 p.

WANG, Y, J. Analysis Of Effects of Tree-Phase Voltage Unbalance om Induction Motors with Emphasis on the Angle of the Complex Voltage Unbalance Factor. IEEE Trans. Energy Conversion, vol. 37, no. 1. Washington: 2001. 654 p.



## ANEXOS

### Anexo A. Determinación de las componentes de secuencia de tensión sin el uso de matemática compleja

Cuando es necesario el cálculo de las componentes simétricas de las tensiones de línea a línea, algunos autores (Jozef A. L. Ghijselen, Alex P.M. Bossche) e inclusive la misma norma IEC 60034-26 de 2006, presentan opciones alternas a Fortescue, que facilitan las matemáticas ya que solamente son necesarios los módulos rms de las tensiones y las operaciones se hacen con reales omitiendo cálculos en el plano fasorial.

La norma IEC 60034-26 de 2006, en el anexo A plantea que, si únicamente se conocen los valores rms de las tensiones, las componentes simétricas pueden ser calculadas a partir de las siguientes ecuaciones, las cuales tienen únicamente cantidades reales.

$$U_n = \frac{1}{\sqrt{3}} \sqrt{U_1^2 + U_2^2 - 2U_1U_2 \cos\left(\varphi_1 - \frac{\pi}{3}\right)}, \quad (6)$$

$$U_p = \sqrt{U_n^2 + U_1^2 - 2U_nU_1 \cos(\varphi_n)}, \quad (7)$$

$$\text{Donde } |\varphi_n| = \left| \arcsen \left( \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}|U_1| - |U_2 \text{sen} \varphi_1|}{|\sqrt{3}U_n|} \right) - \frac{\pi}{2} \right| \quad (8)$$

$$\varphi_1 = \arccos \left( \frac{U_1^2 + U_2^2 - U_3^2}{2U_1U_2} \right) \quad (9)$$

Jozef A. L. Ghijselen, Alex P.M. Bossche suministra una expresión analítica (usando únicamente matemática real) para los resultados del procedimiento gráfico, entregando  $U_p$  y  $U_n$

$$U_p = \sqrt{\frac{A_m^2 + \frac{4A_s^2}{\sqrt{3}}}{2}} \quad U_n = \sqrt{\frac{A_m^2 - \frac{4A_s^2}{\sqrt{3}}}{2}} \quad (10)$$

$A_m^2$  es la raíz media de los lados del triangulo ABC

$$A_m^2 = \frac{V_{AB}^2 + V_{BC}^2 + V_{CA}^2}{3} \quad (11)$$

$A_s^2$  Es la superficie del triangulo ABC

$$A_s^2 = \sqrt{p(p - V_{AB})(p - V_{BC})(p - V_{CA})} \quad (12)$$

El cual puede ser calculado usando  $p$ , el cual es un perímetro medio del triangulo ABC

$$p = \frac{V_{AB} + V_{BC} + V_{CA}}{2} \quad (13)$$

## Anexo B. Equivalencia entre la definición IEEE e IEC de factor de desequilibrio

Las normas IEEE e IEC definen un Factor de Desequilibrio de tensión como la componente de secuencia de tensión negativa sobre la componente de tensión de secuencia positiva, la única diferencia es que la norma IEEE deduce estas componentes a partir de las tensiones de fase y la norma IEC a partir de las tensiones de línea.

En el capítulo 3 de este trabajo se demuestra que

$$V_{i\text{línea}} = \sqrt{3} \angle 30^\circ V_{i\text{fase}} \quad (8)$$

De forma análoga con las componente de secuencia directa de línea

$$V_{d\text{línea}} = \sqrt{3} \angle -30^\circ V_{d\text{fase}} \quad (9)$$

Planteando el cálculo del Factor de Desequilibrio NEMA (4):

$$f_u = \frac{U_n}{U_p} \quad (4)$$

Donde

$U_n$  es el valor rms de la componente de secuencia negativa de la tensión suministrada;

$U_p$  es el valor rms de la componente de secuencia positiva de la tensión suministrada.

Y teniendo en cuenta que  $U_n = V_{i\text{línea}}$  y  $U_p = V_{d\text{línea}}$

$$f_u = \frac{V_{i\text{línea}}}{V_{p\text{línea}}} = \frac{\sqrt{3}V_{i\text{fase}}}{\sqrt{3}V_{d\text{fase}}} = \frac{V_{i\text{fase}}}{V_{d\text{fase}}}$$

Ahora con el Factor de Desequilibrio IEEE (3)

$$\text{Factor de Desequilibrio de Tensión} = \frac{\text{Secuencia Negativa de Tensión}}{\text{Secuencia Positiva de Tensión}} \quad (3)$$

Donde

$$V_p = \text{Secuencia Positiva de Tensión de Fase} = V_{d \text{ fase}}$$

Y

$$V_n = \text{Secuencia Negativa de Tensión de Fase} = V_{i \text{ fase}}$$

Así en magnitud

$$\text{Factor de Desequilibrio de Tensión} = \frac{V_{i \text{ fase}}}{V_{d \text{ fase}}}$$